92-28-11-19
(117.1)

Выход 13^11 – 13^15

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ____________

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ПВГ
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Озадовского Дениса Евгеньевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
92-28-11-19	84	21	–	21	21	14	7	X	X

84 (восемьдесят четыре)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Черновик

$b_n = \frac{b_{n-3}^3 b_{n-1}^{-3^2}}{b_{n-2}^3}+3=2$

$9-8+3=4$

$4 \cdot 2^3$

$2ab_{23}^2 \cdot b_n^{-3} \cdot 19 = 230$

230

229

$+3=2$

$101-5=96$

$25+101=126$

229

$9-9^2 = 1\ 25$

$4-\frac{1}{6604}$

$+\frac{1}{339}$

$2^9-9^2=-1$

$22 \cdot 10 = 220$

$\frac{a_1}{b} = 1-\frac{1}{2}$

$2 \cdot 2^3$

$\cdot 8 \cdot 229$

$\vdots 2$

$b_4 \cdot 1 = \cancel{b_1 \cdot b}$

$3-1$

-5

427

$p^9 - 9^p + 3 = 2^{p-1}$

29

$q=2$

$2^{23}=b_6$

$b_6 \cdot 2^{41} = 2 \cdot 2^{113}$

$p - 2^p + 3 = 2^{p-1}$

$2^9-9^2+3=2^{p-1}$

$3^2-2^{3^2}+3=2^{9-1}$

$2^4-9^2+3=2$

По кривыебе

$9^9-9^p+3=9^2$

$\left(2^{\frac{9-1}{2}}-9\right)\left(2^{\frac{9-1}{2}}+9\right)\frac{2}{2}=1$

$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

$\vdots 3$

$n \to n+1$

$\frac{}{339! \cdot 400} \equiv 339!$

$b_{n+1} \cdot b_{n-1}^3 = b_{n-2}+3$

$b_n^3 = \frac{b_{n-3}b^3}{b_{n-2}^3}$

$b_4 \cdot 1 = 2 \cdot 2^3$

2^4

$b_4 = 16$

$b_5 \cdot 2 = 4 \cdot 16^3$

$b_5 = 2^{24}$

$b_5 = 2^{11}$

Черновик.

$b_{n-3} = b_n$ $b_4 = 2^4$ $b_5 = 2^8 \cdot 2 = 2^9$

$(2^4)^3 = 2^{3}$

$b_6 = 2^{12}$

$b_{n+2} = b_{n+1} \cdot b_{n-2}$

$400! + \frac{400!}{3} + \frac{400!}{4}$

92-28-11-19
(117.1)

Черновик

$b_4 \cdot 1 = 2 \cdot 2^3$

$b_4 = 2^4$

$b_5 = b \cdot 3 = 1 \cdot (2^4)^3$

432 2021

4 2^4

5 2^9

6 2^{16}

$b_5 = 2^9$

$(n-4)^2$

$b_6 \cdot (2^9)^3 = 2 \cdot (2^4)^{25}$

$n^2 - 10n + 25$

$(n^2 - 6n + 9) \cdot 3$

$n^2 - 8n$

$b_6 \cdot 2^{12} = 2^{28}$

$b_6 = 2^{16}$

$b_{n^2} \cdot b_{n-2}$

$(2^9)^3 = 2^4 \cdot (2^{16})^3$

388 399 400 b_5

$2^{27} = 2^4 \cdot 2^{48}$

$n = 4$

$3n = 5$

$n = 6$

$b_n \cdot (2^{(n-4)^2})^3 = 2^{(n-5)^2} \cdot (2^{(n-3)^2})^3$

$(n-2)^2 = n^2 - 4n + 4$

$\frac{2^{(n-5)^2} \cdot 2^{(n-3)^2} \cdot 2^{(n-3)^2}}{(2^{(n-4)^2})^3}$

$b_n \cdot (2^{n-4})^3 = 2^{n-5}$

$n^2 - 10n + 25$

$(n^2 - 6n + 9) \cdot 3$

$n^2 - 10n + 25$

$3n^2 - 18n + 27$

$4n^2 - 28n + 52$

$n^2 - 7n + 6$

$49 - 49 + 6$

$n^2 - 8n + 16$

$3n^2 - 24n + 48$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик

Б1

~~Пусть пакет это вершина а если пакет вложен в пакет то между ними ребро.~~ ~~Будем рассматривать~~ ~~Построим картинку~~ ~~поочерёдно~~ Рассмотрим следующее. Сначала у нас из 1 пустого пакета. То есть был пустой пакет. Заметим что если мы в него положим 5 пакетов то кол-во пустых пакетов увеличиться на 4. Значит мы можем посчитать какое кол-во пакетов не пустых. Это $101-1=100$ (кол-во ~~из~~ на которое уменьшилось, кол-во пустых пакетов) $100:4=25$, кол-во непустых пакетов. Кол-во ~~всех пакетов~~ всех пакетов. $25+101=126$.

Ответ: 126

Б3

$$p^q - q^p + 3 = 2^{p-1}$$

$$p^q - q^p = 2^{p-1} - 3$$

Допустим $p \neq 2$ и $q \neq 2$. Тогда

$$p^q - q^p \equiv 1^1 - 1^1 \equiv 0 \pmod 2)$$

$$2^{p-1} - 3 \equiv 0 - 1 \equiv 1 \pmod 2)$$

т.к. $p \neq 1$ - она не простое

$\Downarrow$

Хотя бы 1 число равно 2. Допустим $p=2$ и $q=2$ тогда $2^2-2^2+3=2^1$, $3=2$. Противоречие. Тогда ровно 1 число двойка, а другое нет. Пусть $p=2$. Тогда

$$2^q - q^2 + 3 = 2$$

Пусть $q \neq 3$, Тогда рассмотрим все на mod 3

Чистовик

$2^q - q^2 + 3 \equiv 2 \pmod 3$

$2^q \equiv 2 \pmod 3$ т.к. q нечёт. число $2^1 \equiv 2$, $2^2 \equiv 1$, $2^3 \equiv 2$ ... и т.д.

$q^2 \equiv 1 \pmod 3$ т.к. $q \neq 3$, $2^2 \equiv 1$, $1^2 \equiv 1$

$2 - 1 + 0 \equiv 2 \pmod 3$

$1 \equiv 2 \pmod 3$

Противоречие. Тогда $q = 3$. Подходит:

$2^3 - 3^2 + 3 = 2 = 8 - 9 + 3 = -1 + 3 = 2$. Допустим $q = 2$

$p^2 - 2^p + 3 = 2^{p-1}$

Допустим $p \neq 3$ рассмотрим всё по mod 3

$p^2 - 2^p + 3 \equiv 2^{p-1} \pmod 3$

т.к. p нечет число

$p^2 - 2 + 3 \equiv 1 \pmod 3$

т.к. $p \neq 3$, то

$1 - 2 + 3 \equiv 1 \pmod 3$

$2 \equiv 1 \pmod 3$

Противоречие. Тогда $p = 3$. Подходит:

$3^2 - 2^3 + 3 = 2^2 = 4 = 9 - 8 + 3 = 1 + 3 = 4$

Ответ: $(2; 3), (3; 2)$.

$\sqrt{4}$

Представим это в виде графа. ~~То~~ Где перекрестки это вершины, а дороги соединяющих соседних ребра. Тогда заметим что в

Чистовик

~~графе~~ $10 \cdot 23 = 230$ вершин (на каждом ~~перекрестке~~ проспекте 23 вершины). Как мы знаем чтобы граф не потерял связность в нем должно быть минимум $n-1$ ребер, если в графе n вершин. Тогда нам нужно минимум 229 частиц дорог. Тогда убрать можно максимум $\underset{\text{на каждом проспекте 22 частицы}}{10 \cdot 22} + \underset{\text{на каждой улице 9 частиц}}{23 \cdot 9} - 229 = 198$ частиц. ~~Пример~~

Пример:

Уберем все ~~дорог~~ частицы дорог ~~на~~ на улицах с 1 по 22. Всего мы убрали $22 \cdot 9 = 198$ частиц. Заметим что из каждого проспекта можно попасть в каждый по 23 улице, а на проспектах мы никакие дороги не убирали $\Rightarrow$ мы можем попасть из любого в любой другой

Ответ: 198

№5

$$b_4 = \frac{b_1 (b_3)^3}{(b_2)^3} = \frac{2 \cdot 2^3}{1} = 2^4$$

$$b_5 = \frac{b_2 \cdot (b_4)^3}{b_3^3} = \frac{1 \cdot (2^4)^3}{2^3} = 2^9$$

$$b_6 = \frac{b_3 (b_5)^3}{b_4^3} = \frac{2 \cdot (2^9)^3}{(2^4)^3} = 2^{16}$$

Будем до-ть следующее утверждение. Начиная с b_4 ~~следующие~~ любое b_i, где $i \geq 4$, $b_i = 2^{(i-2)^2}$. База.

Чистовик

$b_4 = 2^4$

$b_5 = 2^9$

$b_6 = 2^{16}$

Переход

с $b_4, b_5 \dots, b_n \to b_4, b_5 \dots, b_n, b_{n+1}$. Тогда

~~До-во:~~

$\cancel{b_{n+7}}$

$b_n = 2^{(n-2)^2}$

$b_{n-1} = 2^{(n-3)^2}$

$b_{n-2} = 2^{(n-4)^2}$

$\cancel{b_{n-3} = 2^{n-5}}$

$b_{n+1} \cdot (b_{n-1})^3 = b_{n-2} \cdot (b_n)^3$

$$b_{n+1} = \frac{2^{(n-4)^2} \cdot 2^{(n-2)^2} \cdot 2^{(n-2)^2} \cdot 2^{(n-2)^2}}{2^{(n-3)^2} \cdot 2^{(n-3)^2} \cdot 2^{(n-3)^2}} =$$

$$= \frac{2^{n^2-8n+16} \cdot 2^{3\cdot(n^2-4n+4)}}{2^{(n^2-6n+9)\cdot 3}} = \frac{2^{4n^2-20n+28}}{2^{3n^2-18n+27}} =$$

$$= 2^{4n^2-20n+28-3n^2+18n-27} = 2^{n^2-2n+1}$$

$$b_{n+1} = 2^{n^2-2n+1} = 2^{(n-1)^2} \Rightarrow b_{2023} = 2^{2021}.$$

Ответ: $b_{2023} = 2^{2021}$

~~Заметим что как бы~~

Допустим есть выигрышная стратегия, тогда у 1 игрока позиция в данный момент проигрышная. Заметим что если мы сходим какой-то не одной буквой и эта же буква осталось, то другой игрок не может ходить этой буквой. Заметим что если мы 1 игрок то можем убрать 1 о, тогда о останется 4 но если бы убрал 2 о то также позиция не изменилась. Но если мы будем удалять также то от предыдущей позиции оно отличается на 1 ход и от начальной тоже то есть мы можем сменить колич-во ходов на 1 раз. Не одной такой буквой не сделать, т.к. 1 вида буквы не больше 3. Значит мы в какой-то момент попадем в выигрышную позицию. А если мы 2 и первый не убрал ~~2~~ 2 о то ~~же~~ самое а если нет, то если убрал ~~2~~ 2 о, то делаем ~~симметрия~~ убираем букву к и делаем симметрию

о → р

и → в

ь → е

г → б. Если он убрал > 2, то теперь р больше всех. И для него тоже самое, что и для буквы о

Ответ: нет