


92-28-11-19

Всего 13¹¹ - 13¹⁵ (17)



0 922811 190001

92-28-11-19
(117.1)



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант _____

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ПВГ
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Суховского Дениса Евгеньевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
92-28-11-19	84	21	-	21	21	14	7	X	X

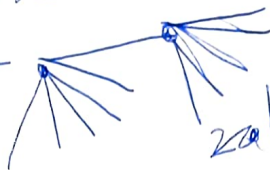


92-28-11-19
(117.1)



$$b_n = \frac{b_{n-2} + b_{n-1}}{b_{n-2}}$$

$$9 - 8 + 3 = 4$$



Курьобус

$$23$$

$$230$$

$$229$$

$$101 - 5 = 96$$

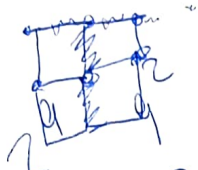
$$25 + 101 = 126$$

$$223$$

$$4 - 1 = 3$$

$$339$$

$$2^9 - 9^2 = -1$$



$$22 \cdot 10 = 220$$

$$2^9 - 9^2 = -1$$

$$\frac{1}{b} = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots$$

$$b_4 = 1 = \frac{1}{1} \cdot b$$

$$427$$

$$p^9 - 9^p + 3 = 2^{p-1}$$

$$2^{23} = 66$$

$$b_0 = 0, b_1 = 1, b_2 = 2, b_3 = 3, b_4 = 4, b_5 = 5, b_6 = 6, b_7 = 7, b_8 = 8, b_9 = 9$$

$$p^p - 2^p + 3 = 2^{p-1}$$

$$2 - 2^2 + 3 = 2^1$$

$$3 - 2^3 + 3 = 2^2$$

$$2^9 - 9^2 + 3 = 2^{p-1}$$

$$2^4 - 9 + 3 = 2$$

По кри В б б Е в Г А

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4}$$

$$(2^{\frac{p-1}{2}} + 9) \cdot 2 = 1$$

$$b_{n+1} \cdot b_{n-1} = b_n^2 + 3$$

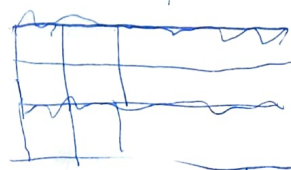
$$b_n = \frac{b_{n-2} + b_{n-1}}{b_{n-2}}$$

$$b_4 = 1 = 2 \cdot 2^3$$

$$b_5 = 2 = 4 \cdot 16$$

$$b_5 = 24$$

$$b_5 = 2^{11}$$



$$b_5 = 2 = 4 \cdot 16$$

$$b_5 = 24$$

$$b_5 = 2^{11}$$

Черновик

$$b_n = b_{n-1} \cdot \frac{1}{2} = b_n$$

$$b_4 = 2^4 = 16$$

$$b_5 = 2^5 = 32$$

$$\frac{b_{n-1}}{b_{n-2}} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{b_{n-2}}{b_{n-3}} = \frac{1}{2}$$

$$b_{n-3} = \frac{b_{n-2}}{2}$$

$$b_{n-2} = \frac{b_{n-1}}{2}$$

$$b_{n-1} = \frac{b_n}{2}$$

$$b_n = 2 \cdot b_{n-1}$$

$$b_{n+1} = 2 \cdot b_n$$

$$b_{n+2} = 2 \cdot b_{n+1}$$

$$b_{n+2} = 2 \cdot b_{n+1} = 2^2 \cdot b_n$$

$$b_{n-1} = \frac{b_n}{2}$$

$$b_{n-2} = \frac{b_{n-1}}{2} = \frac{b_n}{2^2}$$

$$b_{n-3} = \frac{b_{n-2}}{2} = \frac{b_n}{2^3}$$

$$b_{n-4} = \frac{b_{n-3}}{2} = \frac{b_n}{2^4}$$

$$b_{n-k} = \frac{b_n}{2^k}$$

$$b_5 = 2^5 = 32$$

$$b_4 = 2^4 = 16$$

$$b_{n-1} = \frac{b_n}{2}$$

$$b_{n+1} = 2 \cdot b_n$$

$$b_{n+2} = 2 \cdot b_{n+1} = 2^2 \cdot b_n$$

Handwritten scribbles

Handwritten scribbles

Handwritten scribbles

Handwritten scribbles

Handwritten scribbles

Handwritten scribbles

Handwritten scribbles

Черновик

$b_4 \cdot 1 = 2 \cdot 2^3$
 $b_4 = 2^4$
 $b_5 = 2^0 \cdot 3 = 1 \cdot (2^4)^3$
 $(n-4)^2$
 $n - 10n + 25$
 $(n^2 - 6n + 9) \cdot 3$
 $n^2 - 8n + 6$
 $b_6 = 2^{12} = 2^{28}$
 $b_6 = 2^{76}$
 $b_n^2 \cdot b_{n-2}$
 $2^{24} = 2^4 \cdot (2^{16})^3$
 $2^{24} = 2^4 \cdot 2^{48}$
 $n \cdot (n-4)^2$
 $(n-2)^2 = n^2 - 4n + 4$
 $(n-5)^2 \cdot (2(n-3)^2)^3$
 $(n-2)^2 \cdot (n-5)^2 \cdot (n-3)^2 \cdot (n-3)^2$
 $(n-2)^2 \cdot (n-5)^2 \cdot (n-3)^2$
 $b_n \cdot (n-4)^3 = 2^{n-5}$
 $n^2 - 7n + 6$
 $49 - 49 + 6$
 $n^2 - 10n + 25$
 $(n^2 - 6n + 9) \cdot 3$
 $n^2 - 10n + 25$
 $3n^2 - 48n + 27$
 $4n^2 - 28n + 52$
 $n^2 - 8n + 16$
 $3n^2 - 24n + 48$

Чистовик

~~Пусть пакет это вершина а если пакет пустой то пакет рассматриваем~~
~~то пакет рассматриваем как ребро. Будем рассматривать~~
~~то пакет рассматриваем как ребро. Будем рассматривать~~
~~то пакет рассматриваем как ребро. Будем рассматривать~~

из i пустого пакета. Это есть сначала у нас
 был пустой пакет. Заметим что если мы
 в него положим 5 пакетов то кол-во
 пустых пакетов уменьшится на 4. Значит
 мы можем посчитать какое кол-во
 пакетов не пустых. Это $101 - 1 = 100$
 (кол-во ~~из~~ на которое уменьшится, кол-во пустых
 пакетов) $100 : 4 = 25$, кол-во непустых пакетов.
 $25 + 101 = 126$. Кол-во ~~всех~~ ~~пакетов~~ всех пакетов.

Ответ: 226

$$p^q - q^p + 3 = 2^{p-1}$$

$$p^q - q^p = 2^{p-1} - 3$$

Допустим $p \neq 2$ и $q \neq 2$. Тогда

$$p^q - q^p \equiv 1^1 - 1^1 \equiv 0 \pmod{2}$$

$$2^{p-1} - 3 \equiv 0 - 3 \equiv 1 \pmod{2} \quad (\text{т.к. } p \neq 1 \text{ - оно не простое})$$

↓
 хотя бы 1 число равно 2. Допустим

$$p=2 \text{ и } q=2 \quad \text{тогда} \quad 2^2 - 2^2 + 3 = 2^1, \quad 3=2.$$

Противоречие. Тогда равно 1 число равно 2, а другое нет. Пусть $p=2$. Тогда

$$2^q - q^2 + 3 = 2$$

Пусть $q \neq 3$, тогда рассмотрим все по mod 3

92-28-11-19
(117.4)

Умножение

$$2^q - q^2 + 3 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$2^q \equiv 2 \pmod{3}$$

↑ м.к. q четно. число $2^1 \equiv 2, 2^2 \equiv 1, 2^3 \equiv 2 \dots$ ум. 9.

$$q^2 \equiv 1 \pmod{3}$$

↑ м.к. $q \neq 3, 2^2 \equiv 1, 2^3 \equiv 2$

$$2 - 1 + 0 \equiv 2 \pmod{3}$$

$$1 \equiv 2 \pmod{3}$$

Противоречие. Тогда $q=3$. Тогда $2^3 - 3^2 + 3 = 2 = 8 - 9 + 3 = -1 + 3 = 2$. Допустим $q=2$

$$p^2 - 2^p + 3 \equiv 2$$

Допустим $p \neq 3$ рассмотрим все по mod 3

$$p^2 - 2^p + 3 \equiv 2^{p-1} \pmod{3}$$

м.к. p - четно число

$$p^2 - 2 + 3 \equiv 1 \pmod{3}$$

м.к. $p \equiv 3$, то

$$1 - 2 + 3 \equiv 1 \pmod{3}$$

$$2 \equiv 1 \pmod{3}$$

Противоречие. Тогда $p=3$. Тогда $3^2 - 2^3 + 3 = 2^2 = 4 = 9 - 8 + 3 = 1 + 3 = 4$

$$3^2 - 2^3 + 3 = 2^2 = 4 = 9 - 8 + 3 = 1 + 3 = 4$$

Представим это в виде графа. А в F_3 пересечем это вершинами а верши соседними соседних ребра. Тогда заметим что b

Чистые графы $10 \cdot 23 = 230$ вершин (на каждой вершине $n-1$ ребер, если в графе n вершин). Как мы знаем чтобы граф был связным нужно минимум 229 ребер. Тогда можно минимум 229 частей убрать можно максимум $10 \cdot 22 + 23 \cdot 9 - 229 = 198$ частей. Пример:

↑ на каждой перспективе 22 частицы
 ↑ на каждой улице 9 частей



Пример:

Уберем все ~~горы~~ частицы гор на улицах с 1 по 22. Всего мы уберем $22 \cdot 9 = 198$ частей. Заметим что из каждой перспективы можно попасть в каждую по 23 улице; а на проспектах мы никакие горы не убираем \Rightarrow мы можем попасть из любого в любой другой

Ответ: 198

$$b_4 = \frac{b_1 (b_3)^3}{(b_2)^3} = \frac{2 \cdot 2^3}{1} = 2^4$$

$$b_5 = \frac{b_2 \cdot (b_4)^3}{b_3^3} = \frac{1 \cdot (2^4)^3}{2^3} = 2^9$$

$$b_6 = \frac{b_3 \cdot (b_5)^3}{b_4^3} = \frac{2 \cdot (2^9)^3}{(2^4)^3} = 2^{16}$$

Будет до-ть следующие утверждение. Начиная с b_4 следующие любые b_i , где $i \geq 4$, $b_i = 2^{(i-2)^2}$. База.

Числовый

$$b_4 = 2^4$$

$$b_5 = 2^9$$

$$b_6 = 2^{16}$$

Переход

с $b_4, b_5, \dots, b_n \rightarrow b_4, b_5, \dots, b_n, b_{n+1}$. Тогда

~~$b_0 = b_0$~~

~~b_{n+1}~~

$$b_{n+1} = 2^{(n-2)^2}$$

$$b_{n-1} = 2^{(n-3)^2}$$

$$b_{n-2} = 2^{(n-4)^2}$$
~~$$b_{n-3} = 2^{(n-5)^2}$$~~

$$b_{n+1} \cdot (b_{n-1})^3 = b_{n-2} \cdot (b_n)^3$$

$$b_{n+1} = \frac{2^{(n-4)^2} \cdot 2^{(n-2)^2} \cdot 2^{(n-2)^2} \cdot 2^{(n-2)^2}}{2^{(n-3)^2} \cdot 2^{(n-3)^2} \cdot 2^{(n-3)^2}} =$$

$$= \frac{2^{n^2 - 8n + 16} \cdot 2^{3 \cdot (n^2 - 4n + 4)}}{2^{(n^2 - 6n + 9) \cdot 3}} = \frac{2^{4n^2 - 20n + 28}}{2^{3n^2 - 18n + 27}} =$$

$$= 2^{4n^2 - 20n + 28 - 3n^2 + 18n - 27} = 2^{n^2 - 2n + 1}$$

$$b_{n+1} = 2^{n^2 - 2n + 1} = 2^{\frac{(n-1)^2}{2}} \Rightarrow b_{2023} = 2^{2021}$$

Заметили что как бы

Допустим есть выгнутая строка, тогда 4 шара помещая в данный момент произвольной. Заметили что если шар какой-то не одной буквой соседний & и эта же буква осталась, то

другой и прох не может ходить
 этой буквой. Заметим что если мы
 1 и прох то можем убрать 1, 0, тогда
 0 останется и но если бы убрали
 2 0 то также позицию не изменился
 но если мы будем удалять так как
 то от предыдущей позиции оно
 отличается на 1 ход и от начальной
 тоже то есть мы можем
 сменить кат-ва ходов на прох

Или другой такой буквой не
 сделать, т.к. 1 буква буквы
 не больше 3. значит мы в какой-
 то момент попадем в вынужденную
 позицию. И если мы 2 и первый

не убран ~~2~~ 0 тогда самое
 а если нет, то если убран
~~2~~ 0, то делаем следующий
 убираем букву к и делаем следующий

0 → P

в → B

б → E

Г → D.

Если он убран > 2, то делаем
 P больше все. И для него тоже
 самое, что и для буквы 0
 ответ: нет