64-15-14-19
(123.10)

+ 1 доп. лист

+ 1 доп. лист

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант С-4

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Калистратова Андрея Андреевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
64-15-14-19	100	20	20	20	20	0	20		

64-15-14-19 (123.10)

Черновик

$$1+\sqrt2\cos x(\sin x-2\cos x)+\sqrt2\sin x\cdot(2\sin x+\cos x)=2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}-x\right) \Leftrightarrow$$

$$1+\sqrt2\cos x\sin x-2\sqrt2\cos^2x+2\sqrt2\sin^2x+\sqrt2\sin x\cos x=2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}-x\right)$$

2

$$1+\sqrt2\sin2x-2\sqrt2\cos2x=2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}-x\right)$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)+\sqrt2\sin2x-2\sqrt2\cos2x=0$$

$$\cos\frac{\pi}{4}\cos2x+\sin\frac{\pi}{4}\sin2x+\sqrt2\sin2x-2\sqrt2\cos2x=0$$

$$\frac{\sqrt2}{2}\cos2x+\frac{\sqrt2}{2}\sin2x+\sqrt2\sin2x-2\sqrt2\cos2x=0$$

$$\cos2x+\sin2x+2\sin2x-4\cos2x=0$$

$$3\sin2x-3\cos2x=0$$

$$\sin2x-\cos2x=0$$

$1699 : 29 = 58$; $1699 : 23 = 7$

$$\sin2x-\sin\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=0$$

1697; $1699 : 31 = 5$

$$2\sin\frac{2x-\frac{\pi}{2}+2x}{2}\cos\frac{\frac{\pi}{2}}{2}=0$$

$1699 : 41 = 4$ нет; $1697 : 41 = 4$

$$2\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\cos\frac{\pi}{4}=0$$

$283 : 13$; $1699 : 13 = 8$; $1697 : 37 = 46$ нет

$$\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=0$$

$$2x-\frac{\pi}{4}=\pi n, n\in Z$$

$$2x=\frac{\pi}{4}+\pi n, n\in Z$$

$1697 : 31 = 5$

$$x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}, n\in Z$$

399 $1697 : 23 = 7$; $1699 : 37 = 96$

297

397 $1697 : 19 = 8$ 299

чистовик

№1

$1+\sqrt{2}\cos x(\sin x-2\cos x)+\sqrt{2}\sin x(2\sin x+$
$+\cos x)=2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}-x\right)$; О.Д.З.: $x\in R$;

$1+\sqrt{2}\cos x\sin x-2\sqrt{2}\cos^2 x+2\sqrt{2}\sin^2 x+\sqrt{2}\sin x\cos x=$
$=2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}-x\right)$;

$\left(1-2\sin^2\left(\frac{\pi}{8}-x\right)\right)-(\cos^2 x-\sin^2 x)\cdot 2\sqrt{2}+$
$+2\sqrt{2}\sin x\cos x=0$;

$\cos\left(\frac{\pi}{4}-2x\right)-2\sqrt{2}\cos 2x+\sqrt{2}\sin 2x=0$;

$\cos\frac{\pi}{4}\cos 2x+\sin\frac{\pi}{4}\sin 2x-2\sqrt{2}\cos 2x+\sqrt{2}\sin 2x=0$;

$\frac{\sqrt{2}}{2}\cos 2x+\frac{\sqrt{2}}{2}\sin 2x-2\sqrt{2}\cos 2x+\sqrt{2}\sin 2x=0$

$\cos 2x+\sin 2x-4\cos 2x+2\sin 2x=0$

$3\sin 2x-3\cos 2x=0$

$\sin 2x-\cos 2x=0$

$\sin 2x-\sin\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)=0$

$2\sin\frac{2x-\frac{\pi}{2}+2x}{2}\cos\frac{\cancel{2x}+\frac{\pi}{2}\cancel{-2x}}{2}=0$;

$2\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)\cos\frac{\pi}{4}=0 \;\Big|:2\cos\frac{\pi}{4}\neq 0$

$\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=0$;

$2x-\frac{\pi}{4}=\pi n$; $n\in Z$;

$2x=\frac{\pi}{4}+\pi n$; $n\in Z$

$x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}$; $n\in Z$

Ответ: $x=\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}$; $n\in Z$

64-15-14-19
(123.10)

черновик

A $\qquad$ путь = 1 $\qquad$ B

остановка	выехал в 11:00 (раньше) (~~раньше~~) (позже)	
авт	авт	~~II~~ II
авт	вел	~~III~~ III
вел	авт	~~IV~~ A
вел	вел	~~I~~ III

чудно

$t_{вел} = t_{авт} + 1 -$

вел скорость v ; авт скорость $2v$

II) $t_{вел} = \frac{1}{v}$

$t_{авт} = \frac{1}{2v} + 1 + 2$

$\frac{1}{v} = \frac{1}{2v} + 3 \;\Big|\cdot 2v \neq 0$ по логике задачи

$2 = 1 + 3v$

$v = \frac{1}{3}$

$$\begin{array}{r} 847 \\ \times\ 28 \\ \hline 6776 \\ 1694\ \ \\ \hline 23716 \end{array}$$

III) $t_{вел} = 1 + \frac{1}{v}$

$t_{авт} = 2 + \frac{1}{2v}$

$1 + \frac{1}{v} = 2 + \frac{1}{2v} \;\Big|\cdot 2v \neq 0$

$2v + 2 = 4v + 1$

$1 = 2v$; $v = \frac{1}{2}$.

нет

черновик

14:00

I) $\frac{1}{2v}+2-1=\frac{1}{v}$

$\frac{1}{2v}+1=\frac{1}{v} \quad |\cdot 2v$

$1+2v=2$

$2v=1$

$v=\frac{1}{2}$,

II) $\frac{1}{2v}+2=\frac{1}{v}-1 \quad |\cdot 2v$

$1+4v=2-2v$

$6v=1$

$v=\frac{1}{6}$

III) $\frac{1}{2v}-1=\frac{1}{v}+2 \quad |\cdot 2v$

$1-2v=2+4v$

$-1=6v \quad v<0$ X

IV) $\frac{1}{2v}=\frac{1}{v}+2-1 \quad |\cdot 2v$

$1=2+2v$

$2v=-1$ X

$$\begin{array}{r} 28 \\ \times\; 847 \\ \hline 196 \\ 112 \\ 224 \\ \hline 23716 \end{array}$$

64-15-14-19
(123.10)

чистовик

№2

сначала р-м, будто оба стартуют в 12:00 и не останавливаются. пусть $t_в$ – время, за которое велосипедист проедет путь, $t_а$ – время, за которое автомобилист проедет путь в таком случае $t_а = t_в$, т.к. приезжают они одновременно но есть доп условия: 1) остановка 2) выезд раньше

есть 4 случая, исходя из того, что из 1), 2) относятся к велосип. или автом.

№	останавливался	выезжал раньше
1	Автомобилист	А
2	А	Велосипедист
3	В	А
4	В	В

если человек останавл., то к ~~из~~ его времени надо ~~х~~ прибавить 2(2), чтобы равенство оставалось верным; если человек выезжал раньше, то из его времени чистовик №2 (продолжение)

2

надо вычесть 1(2), чтобы равенство выполнялось.

примем путь за 1.

пусть скорость вел. $= x > 0$;

тогда скорость авт. $= 2x$.

тогда $t_в = \frac{1}{x}$; $t_а = \frac{1}{2x}$.

1) $t_а + 2 - 1 = t_в$; $\frac{1}{2x} + 1 = \frac{1}{x} \,\Big|\cdot 2x>0$

$1 + 2x = 2$; $x = \frac{1}{2}$

велосипедист выехал в 12:00, не останав., ехал $\frac{1}{x} = 2$, $\Rightarrow$ приехали оба в 14:00

2) $t_а + 2 = t_в - 1$; $\frac{1}{2x} + 2 = \frac{1}{x} - 1 \,\Big|\cdot 2x>0$

$1 + 4x = 2 - 2x$; $x = \frac{1}{6}$.

велосипедист выехал в 11:00 и без остановки ехал $t_в = 6 \Rightarrow$ приехали оба в 17:00.

3) $t_а - 1 = t_в + 2$; $\frac{1}{2x} - 1 = \frac{1}{x} + 1$; $\Big|\cdot 2x>0$; $1 - 2x = 2 + 2x$; $4x = -1$;

$x = -\frac{1}{4} < 0$ — противор.

4) $t_а = t_в + 2 - 1$; $\frac{1}{2x} = \frac{1}{x} + 1 \,\Big|\cdot 2x>0$

$1 = 2 + 2x$; $2x = -1$; $x = -\frac{1}{2} < 0$ — противоречие.

т.о. в 14:00 или в 17:00

Ответ: в 14:00 или в 17:00

Черновик

$$\frac{\angle}{2\pi} = \frac{AB}{2\pi R}$$

$$\angle = \frac{AB}{R} = \frac{15\pi}{R}$$

$$AB^2 = R^2 + R^2 - 2\cdot R\cdot R\cdot \cos\left(\frac{\cancel{12\pi}\ 15\pi}{R}\right)$$

$$BC^2 = R^2 + R^2 - 2R^2\cos\left(\frac{12\pi}{R}\right)$$

$$AC^2 = R^2 + R^2 - 2R^2\cos\left(\frac{9\pi}{R}\right)$$

$$AB = \sqrt{2}R\sqrt{1-\cos\left(\frac{15\pi}{R}\right)} \qquad 2\pi R \geq 15\pi \qquad R \geq \frac{15}{2}$$

$$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1696} \cdot p_{1697} \geq N^2$$

$$p_3 \cdot p_{k+1-3} = N \qquad \varphi = 2^2\cdot 3^3\cdot 5^4$$

$$d(\varphi) = 3\cdot 4\cdot 5 = 60$$

$$p_4 \cdot p_{k+1-4} = N \qquad d(\varphi^3) = 6\cdot 9\cdot 12 = 27(2\cdot 3\cdot 4).$$

т.о. если $p_{k-2} \geq p_{1696}$ Верно.

$\{p_n\}\nearrow$ X $p_{k-3} \geq p_{1697}$

$$k-2 \geq 1696$$

$$k-3 \geq 1697$$

$$1696 \geq k+1-4$$

$$k \leq 1699.$$

$$N = a_1^{\alpha_1}\cdot a_2^{\alpha_2}\cdot a_3^{\alpha_3}\cdot a_4^{\alpha_4}\cdot\ldots\cdot a_n^{\alpha_n}$$

$$(\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\ldots(\alpha_n+1)$$

Чистовик

№6

$1 = p_1 < p_2 < p_3 < \ldots < p_k = N$

заметим, что ~~в~~ $\theta(N)$ — кол-во натур делителей это фактически k.

при этом известно, что выполняется:

$p_1 p_k = N$

$p_2 p_{k-1} = N$

$p_3 p_{k-2} = N$

$p_4 p_{k-3} = N$

------ и т.д.

(если делителей нечётное количество, то один из делителей будет умножаться сам на себя)

$p_3 p_4 p_{1696} p_{1697} \geq N^2$ $\underset{(=)}{p_i \in N}$ (по усл).

$\frac{N}{p_{k-2}} \cdot \frac{N}{p_{k-3}} \cdot p_{1696} \cdot p_{1697} \geq N^2$

$N^2 > 0$ т.к. $N \in N$, $p_i \in N$

$\Leftrightarrow$ $p_{1696} \cdot p_{1697} \geq p_{k-3} p_{k-2}$.

заметим, что $p_1 < p_2 < p_3 \ldots < p_k$,

т.е. фактически последовательность $\{p_k\}$ возрастает. при этом тогда и последовательность произведений разом стоящих

64-15-14-19 (123.10)

чистовик

N6 (продолжение N3)

$$O(N^3) = 16 \cdot 847 = \begin{array}{r} 847 \\ 16 \\ \hline 5082 \\ 847 \\ \hline 13552 \end{array} = \underline{13552}$$

3) $\alpha_1+1=566$; $\alpha_2+1=3$

$N = a_1^{565} \cdot a_2^{2}$

$N^3 = a_1^{1695} \cdot a_2^{6}$

$$O(N^3) = 1696 \cdot 7 = \begin{array}{r} 1696 \\ 7 \\ \hline 11872 \end{array} = \underline{11872}$$

4) $\alpha_1+1=849$; $\alpha_2+1=2$

$N = a_1^{848} \cdot a_2^{1}$

$N^3 = a_1^{2544} \cdot a_2^{3}$

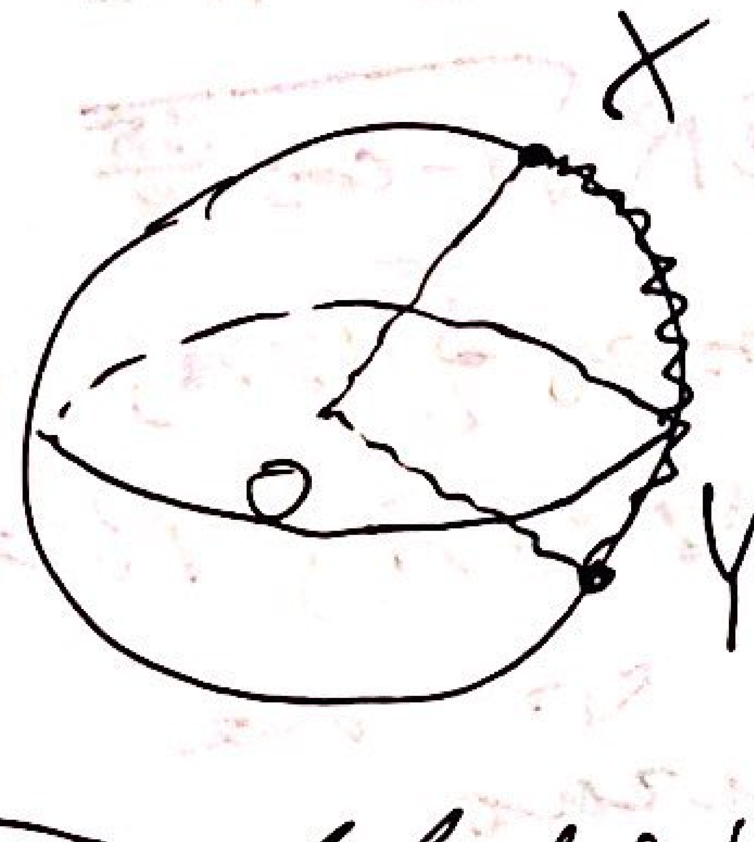
$O(N^3) = 2545 \cdot 4 = 5090 \cdot 2 = \underline{10180}$.

5) $\alpha_1+1=1698$; $N = a_1^{1697}$; $N^3 = a_1^{5091}$.

$O(N^3) = 5091+1 = \underline{5092}$

Ответ: $O(N^3) \in \{5089; 5095; 23716; 13552; 11872; 10180; 5092\}$.

N5



заметим, что если т. X и Y лежат на окр., то мин. расст. между ними это отрезок дуги

черновик

№8 (продолжение)

окружности радиусом R

(или, пусть R – радиус сферы).

пусть O центр сферы

тогда $\frac{\angle XOY}{2\pi} = \frac{\cup XY}{2\pi R}$;

$\angle XOY = \frac{\cup XY}{R}$ (т.к. длина дуги, на кот. опирается центральный $\angle$, линейно зависит от величины угла).

т.е. $\angle AOB = \frac{\cup AB}{R} = \frac{15\pi}{R}$.

при этом $OA = OB = R$.

тогда по т. косинусов для $\triangle AOB$: $AB^2 = AO^2 + BO^2 - 2AO \cdot BO \cdot \cos(\angle AOB)$; $AB^2 = 2R^2 - 2R^2 \cdot \cos\left(\frac{15\pi}{R}\right)$;

$AB = \sqrt{2}R\sqrt{1-\cos\frac{15\pi}{R}}$. (заметим, что $\pi R \geq \max\{15\pi; 12\pi; 9\pi\}$

$\pi R \geq 15\pi$; $R \geq 15$. (т.к. расст. между т. на окр. $\leq \frac{2\pi R}{2}$).

аналогично

$BC = \sqrt{2}R\sqrt{1-\cos\frac{12\pi}{R}}$; $AC = \sqrt{2}R\sqrt{1-\cos\frac{9\pi}{R}}$.

периметр $\triangle ABC = \sqrt{2}R\left(\sqrt{1-\cos\frac{15\pi}{R}} + \sqrt{1-\cos\frac{12\pi}{R}} + \sqrt{1-\cos\frac{9\pi}{R}}\right)$.

чистовик

N6 (продолжение)

членов $\{p_k\}$ будет возрастать.

назовём послед. $\{t_k\}$; $t_i = p_{i-1}p_i$; $i \in [2; k]$; $i \in N$.

покажем: ~~...~~ $t_i \underset{p_i \in N}{\vee} t_{i+1} \Leftrightarrow$ $p_{i-1} \cdot p_i \underset{<}{\vee} p_i p_{i+1}$; $p_{i-1} \vee p_{i+1}$ т.е. $\{t_k\}$ возрастает. (если что, сравнивали, конечно, если $i+1 \leq k$).

Тогда нер-ство принимает вид: $t_{1697} \geq t_{k-2} \overset{\text{по доказанному}}{\Rightarrow}$

$1697 \geq k-2$; $k \leq 1699$.

при этом мы знаем, что среди $\{p_k\}$ есть: $p_{1697} \Rightarrow$ $k \geq 1697$ т.е. $k \in \{1697; 1698; 1699\}$.

пусть у числа N было k простых делителей. тогда $N = a_1^{\alpha_1} \cdot a_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot a_n^{\alpha_n}$, где $a_1, a_2, \ldots, a_n$ - простые числа, а $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n$ - это $\in [0; +\infty)$ и $\in Z$ степени, в которых простые числа содержатся в N.

тогда кол-во делителей

$\theta(N) = k = (\alpha_1+1)(\alpha_2+1) \ldots (\alpha_n+1)$.

если $k = 1697$; перебором простых

чистовик

№6 (продолжение №2)

чисел от 2 до 43 ($43^2 = \begin{array}{r} 43 \\ \times 43 \\ \hline 129 \\ 172 \\ \hline 1849 \end{array} =$ $= 1849 > 1697$), можно показать, что 1697 — простое.

т.е. тогда $N = a_1^{\cancel{1698}1696}$; т.к. $1+\alpha_1 = 1697$. тогда $N^3 = a^{\cancel{5094}5088} \to$

$\begin{array}{r} 1698 \\ +\ \ \ 3 \\ \hline 5094 \end{array}$ $\Theta(N^3) = \cancel{5094}5088+1 = \cancel{5095}5089$

если $k = 1699$, то так же можно показать, что оно простое, а значит

$\alpha_1+1 = 1699$; $\alpha_1 = 1698$;

$N = a_1^{1698}$; $N^3 = a_1^{5094}$;

$\Theta(N^3) = 5094+1 = 5095$.

если $k = 1698$, $\begin{array}{r|l} 1698 & 2 \\ 849 & 3 \\ 283 & 283 \\ 1 & \end{array}$

т.о. есть несколько случаев

1) $\alpha_1+1 = 2$; $\alpha_2+1 = 3$; $\alpha_3+1 = \cancel{284}283$

$N = a_1^1 \cdot a_2^2 \cdot a_3^{\cancel{283}282}$

$N^3 = a_1^3 \cdot a_2^6 \cdot a_3^{846}$

$\Theta(N^3) = 4 \cdot 7 \cdot 847 = \cancel{13776}23716$

2) $\alpha_1+1 = 6$; $\alpha_2+1 = 283$

$N = a_1^5 \cdot a_2^{282}$; $N^3 = a_1^{15} \cdot a_2^{846}$

черновик

$x^3+6x^2+7x+1=0$

по т. Виета для кубич. ур-ия

$x_1x_2x_3=-1$

$x_1+x_2+x_3=-6$

$x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=7$

$x_1x_2x_3+x_1+x_2+x_3+x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=0.$

$(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_3+x_1)=c$

$(x_1+x_2)(x_2x_3+x_2x_1+x_3^2+x_1x_3)=c$

$x_1x_2x_3+x_1^2x_2+x_1x_3^2+x_1^2x_3+x_2^2x_3+$
$+x_2^2x_1+x_2x_3^2+x_1x_2x_3=c$

$b=(x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_1+x_2)(x_3+x_1)+$
$+(x_2+x_3)(x_3+x_1)$

$b=\underline{x_1x_2}+\underline{x_1x_3}+x_2^2+\underline{x_2x_3}+\underline{x_1x_3}+x_1^2+$
$+\underline{x_2x_3}+\underline{x_1x_2}+\underline{x_2x_3}+\underline{x_1x_2}+x_3^2+$
$+\underline{x_1x_3}$

$(x_1+x_2+x_3)^2=36$ $\quad 108+7-72=$

x_1^2+ $\quad =115-72=$
$\quad =43$

$(-6-x_1)(-6-x_2)(-6-x_3)=c$

$-c=(6+x_1)(6+x_2)(6+x_3)$

$-c=(6+x_1)(36+6x_3+6x_2+x_2x_3)$

$-c=216+36x_3+36x_2+6x_2x_3+36x_1+6x_3x_1+6x_2x_1+x_1x_2x_3$

черновик

№3

$x^3+6x^2+7x+1=0$

по т. Виета для кубического ур-ния (учитыв., что коэф перед x^3 это 1):

$$\begin{cases} x_1x_2x_3=-1 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=7 \\ x_1+x_2+x_3=-6 \end{cases}$$

$x^3+ax^2+bx+c=0$

аналогично по той же теореме (так же учитывая, что коэф перед x^3 это 1):

1) $-a=(x_1+x_2)+(x_2+x_3)+(x_3+x_1)$

$-a=2(x_1+x_2+x_3)$

$-a=2\cdot(-6)$; $\underline{a=12}$

2) $b=(x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_1+x_2)(x_1+x_3)+(x_2+x_3)(x_1+x_3)$

~~[illegible]~~ т.к. $\begin{cases} x_1+x_2=-6-x_3 \\ x_1+x_3=-6-x_2 \\ x_2+x_3=-6-x_1 \end{cases}$, то:

$b=(-6-x_3)(-6-x_1)+(-6-x_3)(-6-x_2)+(-6-x_1)(-6-x_2)$

$b=(6+x_3)(6+x_1)+(6+x_3)(6+x_2)+(6+x_1)(6+x_2)$

$b=36+6x_1+6x_3+x_1x_3+36+6x_3+6x_2+x_3x_2+36+6x_1+6x_2+x_1x_2$

$b=108+(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)+12(x_1+x_2+x_3)$

$b=108+7+12\cdot(-6)$; $b=108+7-72$; $\underline{b=43}$.

3) Чистовик №3 (продолжение)

$-C = (x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_1+x_3)$

аналогично с 2):

$-C = (-6-x_3)(-6-x_1)(-6-x_2)$

$C = (6+x_3)(6+x_1)(6+x_2)$

$C = (6+x_3)(36+6x_1+6x_2+x_1x_2)$

$C = 216+36x_1+36x_2+6x_1x_2+36x_3+$
$+6x_1x_3+6x_2x_3+x_1x_2x_3$

$C = 216+36(x_1+x_2+x_3)+6(x_1x_2+$
$x_2x_3+x_1x_3)+x_1x_2x_3$

$C = 216+36(-6)+6\cdot7-1$

$C = \cancel{216}-\cancel{216}+42-1$

$\underline{C = 41}$.

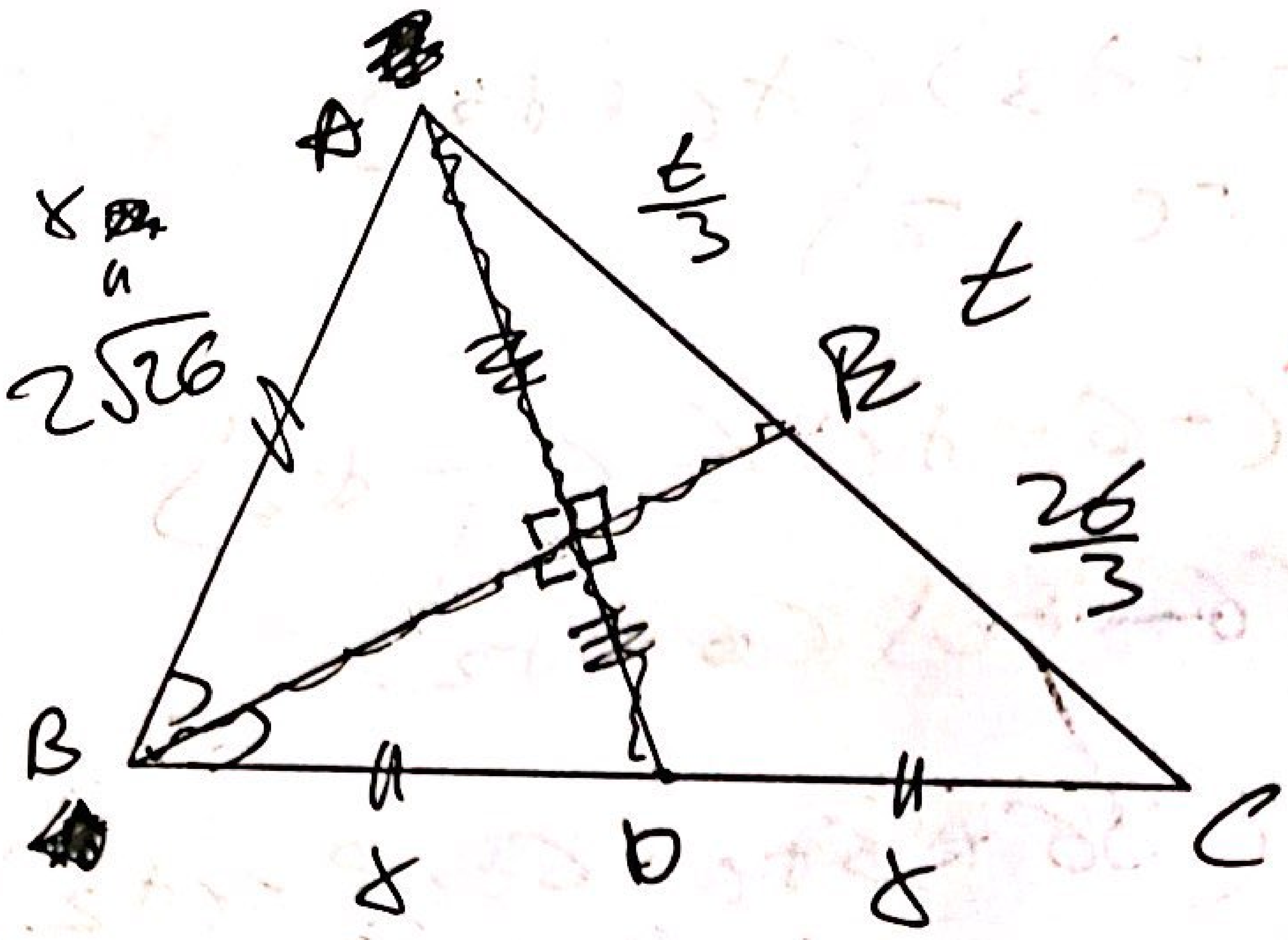
Заметим, что только при этих a, в, с (x_1+x_2), (x_1+x_3), (x_2+x_3) могут являться корнями ур-ия. При этом же от т. Виета для кубического ур-ия выполняется для

$$\begin{cases} a=12 \\ в=43 \\ c=41 \end{cases}$$

, то (x_1+x_2), (x_1+x_3), (x_2+x_3) являются корнями при этих a, в, с.

Ответ: $a=12$; $в=43$; $c=41$

Черновик



$\frac{4\delta^2}{4} = \delta^2$

$$AD^2 = \frac{t^2}{2} + \frac{x^2}{2} - \frac{(2\delta)^2}{4}$$

$$BE^2 = AB \cdot BC - AE \cdot EC$$

$$BE^2 = \delta \cdot 2\delta - \frac{t}{3} \cdot \frac{2t}{3}$$

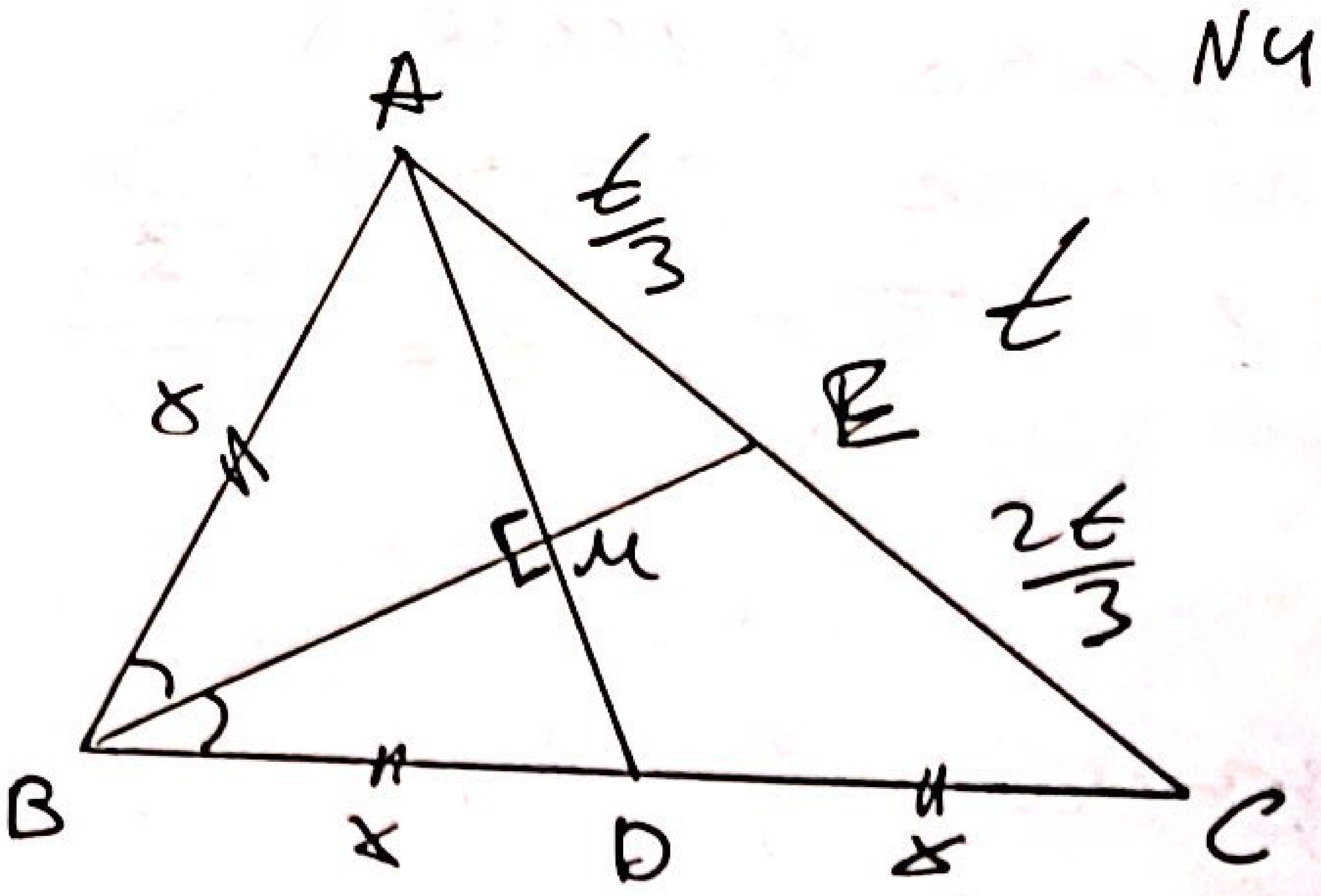
$$\frac{t^2}{2} - \frac{\delta^2}{2} = 2\delta^2 - \frac{2t^2}{9} \quad \Big| \cdot 18$$

$$9t^2 - 9\delta^2 = 36\delta^2 - 4t^2$$

$$13t^2 = 45\delta^2$$

Чистовик

№4



Решение

1) пусть $AB = 2\sqrt{6} = x$; пусть $BE \cap AD = M$. (медиана и биссектриса лежат внутри Δ-ка, так что других конфигураций, не как на рис, быть не может)

ΔABD: BM – биссектриса и высота $\Rightarrow \Delta ABD$ р/б ($AB = BD = x$). AD – медиана $\Rightarrow BD = CD = x$. пусть $AC = t$. по формуле медианы $AD^2 = \frac{AC^2}{2} + \frac{AB^2}{2} - \frac{BC^2}{4}$; $AD^2 = \frac{t^2}{2} + \frac{x^2}{2} - \frac{4x^2}{4}$; $AD^2 = \frac{t^2}{2} - \frac{x^2}{2}$.

т.к. BE – биссектриса, то по её св-ву: $\frac{AE}{AB} = \frac{EC}{BC}$; $\frac{AE}{EC} = \frac{AB}{BC} = \frac{x}{2x} \boxed{x>0} = \frac{1}{2} \Rightarrow AE = \frac{1}{3}AC = \frac{t}{3}$; $EC = \frac{2}{3}AC = \frac{2t}{3}$.

по формуле биссектрисы $BE^2 = AB \cdot BC - AE \cdot EC$; $BE^2 = 2x^2 - \frac{2t^2}{9}$.
по усл. $AD = BE \Rightarrow AD^2 = BE^2$, т.е.

$\frac{t^2}{2} - \frac{x^2}{2} = 2x^2 - \frac{2t^2}{9} \quad | \cdot 18$

$9t^2 - 9x^2 = 36x^2 - 4t^2$; $13t^2 = 45x^2$;

Чистовик

№4 (продолжение)

$x>0$ и $t>0$ (по логике задачи)

т.е. имеем: $\sqrt{13}\,t = 3\sqrt{5}\,x$; $t = \frac{3\sqrt{5}x}{\sqrt{13}} =$

$= \frac{3\sqrt{5}\cdot 2\sqrt{26}}{\sqrt{13}} = 6\sqrt{10}$.

по формуле Герона:

$S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)}$,

где p – полупериметр $\triangle ABC$

$p = \frac{x+2x+t}{2} = \frac{3\cdot 2\sqrt{26}+6\sqrt{10}}{2} = 3\sqrt{26}+3\sqrt{10}$.

$S_{ABC} = \sqrt{(3\sqrt{26}+3\sqrt{10})(3\sqrt{10}+\sqrt{26})(3\sqrt{10}-\sqrt{26})\cdot(3\sqrt{26}-3\sqrt{10})} = \sqrt{9\cdot(26-10)(90-26)} =$

$= \sqrt{9\cdot 16\cdot 64} = 3\cdot 4\cdot 8 = 3\cdot 32 = 96$.

Ответ: 96