0 202420 170008

20-24-20-17
(123.8)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант С-3

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьевы горы!
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Семеренко Марии Даниловны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
20-24-20-17	90	20	20	20	20	10	0		

20-24-20-17 (123.8)

Чистовик

№1. $1+\sqrt{2}\sin x(\cos x-2\sin x)+\sqrt{2}\cos x(2\cos x+\sin x)=2\cos^2\left(x+\frac{\pi}{8}\right)$

$\cancel{1}+\sqrt{2}\sin x\cos x-2\sqrt{2}\sin^2 x+2\sqrt{2}\cos^2 x+\sqrt{2}\sin x\cos x=\cancel{1}+\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

$(2\sin x\cos x)\cdot\sqrt{2}+2\sqrt{2}(\cos^2 x-\sin^2 x)=\cos 2x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}-\sin 2x\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\sqrt{2}\sin 2x+2\sqrt{2}\cos 2x=\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos 2x-\sin 2x)\ \Big|\cdot\sqrt{2}$

$2\sin 2x+4\cos 2x=\cos 2x-\sin 2x$

$3\sin 2x+3\cos 2x=0$

$\sin 2x+\cos 2x=0\ \Big|:\cos 2x$, т.к. $\cos 2x$ и $\sin 2x$ одновр. в 0 не обращ. $\Rightarrow \cos 2x\neq 0$

$\operatorname{tg} 2x+1=0$

$\operatorname{tg} 2x=-1$

$2x=-\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$

$x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2},\ n\in\mathbb{Z}$

Ответ: $-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2},\ n\in\mathbb{Z}$

№2. Пусть l – расст. от A до B, v_a – скорость автомоб., $v_в$ – скорость велосип., x – время прибытия обоих в пункт B (от начала суток). Рассмотрим 4 случая:

1) Автом. выехал в 14:00, велос. – в 15:00; остановку сделал автом.

Тогда:

$$\begin{cases} t_a=\frac{l}{v_a}+2=x-14=\frac{l}{2v_в}+2 \\ t_в=\frac{l}{v_в}=x-15 \end{cases}$$ (по усл. $v_a=2v_в$)

Вычтем из $1^{ого}$ $2^{ое}$:

$\frac{l}{2v_в}+2-\frac{l}{v_в}=\cancel{x}-14-\cancel{x}+15$

$2-\frac{l}{2v_в}=1$

$\frac{l}{2v_в}=1$

$\frac{l}{v_в}=2\ \Rightarrow x=2+15=17 ч \Rightarrow$ в B прибыли в 17:00

2) Автом. выехал в 14:00, велос. – в 15:00; остановку сделал велос.

Тогда:

$$\begin{cases} t_a=\frac{l}{v_a}=x-14=\frac{l}{2v_в} \\ t_в=\frac{l}{v_в}+2=x-15 \end{cases}$$

Вычтем из $1^{ого}$ $2^{ое}$:

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик

$$\frac{l}{2v_в} - \frac{^2 l}{v_в} - 2 = \cancel{x} - 14 - \cancel{x} + 15$$

$$-2 - \frac{l}{2v_в} = 1$$

$\frac{l}{2v_в} = -3$, но $l>0$ и $v_в>0$ => нет решений

3) Автом. выехал в 15:00, велос. – в 14:00; остановку сделал автом.

Тогда:

$$\begin{cases} t_a = \frac{l}{v_a} + 2 = x - 15 = \frac{l}{2v_в} + 2 \\ t_в = \frac{l}{v_в} = x - 14 \end{cases}$$

Вычтем из ~~1ого~~ 2ого 1ое:

$$\frac{^2 l}{v_в} - \frac{l}{2v_в} - 2 = \cancel{x} - 14 - \cancel{x} + 15$$

$$\frac{l}{2v_в} - 2 = 1$$

$$\frac{l}{2v_в} = 3$$

$\frac{l}{v_в} = 6$ => $x = 14 + 6 = 20$ ч => в пункт В прибыли в 20:00

4) Автом. выехал в 15:00, велос. – в 14:00; остановку сделал велос.

Тогда:

$$\begin{cases} t_a = \frac{l}{v_a} = x - 15 = \frac{l}{2v_в} \\ t_в = \frac{l}{v_в} + 2 = x - 14 \end{cases}$$

Вычтем из 2ого 1ое:

$$\frac{^2 l}{v_в} + 2 - \frac{l}{2v_в} = \cancel{x} - 14 - \cancel{x} + 15$$

$$\frac{l}{2v_в} + 2 = 1$$

$\frac{l}{2v_в} = -1$, но $l>0$, $v_в>0$ => нет решений

Значит, велос. и автом. прибыли в В либо в 17:00, либо в 20:00

Ответ. 17:00 или 20:00

2

20-24-20-17 (123.8)

Чистовик

№3. $x^3-6x^2+7x-1=0$

По т. Виета для кубич. многочл.:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=6 \\ x_1x_2x_3=1 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=7 \end{cases}, \text{где } x_1, x_2, x_3 - \text{корни}$$

Тогда для кубич. многочлена $x^3+ax^2+bx+c=0$ с корнями x_1+x_2, x_2+x_3 и x_1+x_3 получим (по той же т. Виета):

$$\begin{cases} (x_1+x_2)+(x_2+x_3)+(x_1+x_3)=-a & (1) \\ (x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_1+x_3)=-c & (2) \\ (x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_1+x_2)(x_1+x_3)+(x_2+x_3)(x_1+x_3)=b & (3) \end{cases}$$

(1) $2(x_1+x_2+x_3)=-a=2\cdot6=12$

$a=-12$

(2) $(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_1+x_3)=(6-x_3)(6-x_2)(6-x_1)=$

$=(36-6x_2-6x_3+x_2x_3)(6-x_1)=216-36x_1-36x_2+6x_1x_2-36x_3+$

$+6x_1x_3+6x_2x_3-x_1x_2x_3=216-36(x_1+x_2+x_3)+6(x_1x_2+$

$+x_1x_3+x_2x_3)-x_1x_2x_3=\cancel{216-36\cdot6}+6\cdot7-1=41=-c$

$c=-41$

(3) $(6-x_3)(6-x_1)+(6-x_3)(6-x_2)+(6-x_1)(6-x_2)=$

$=36-6x_1-6x_3+x_1x_3+36-6x_2-6x_3+x_2x_3+36-6x_2-$

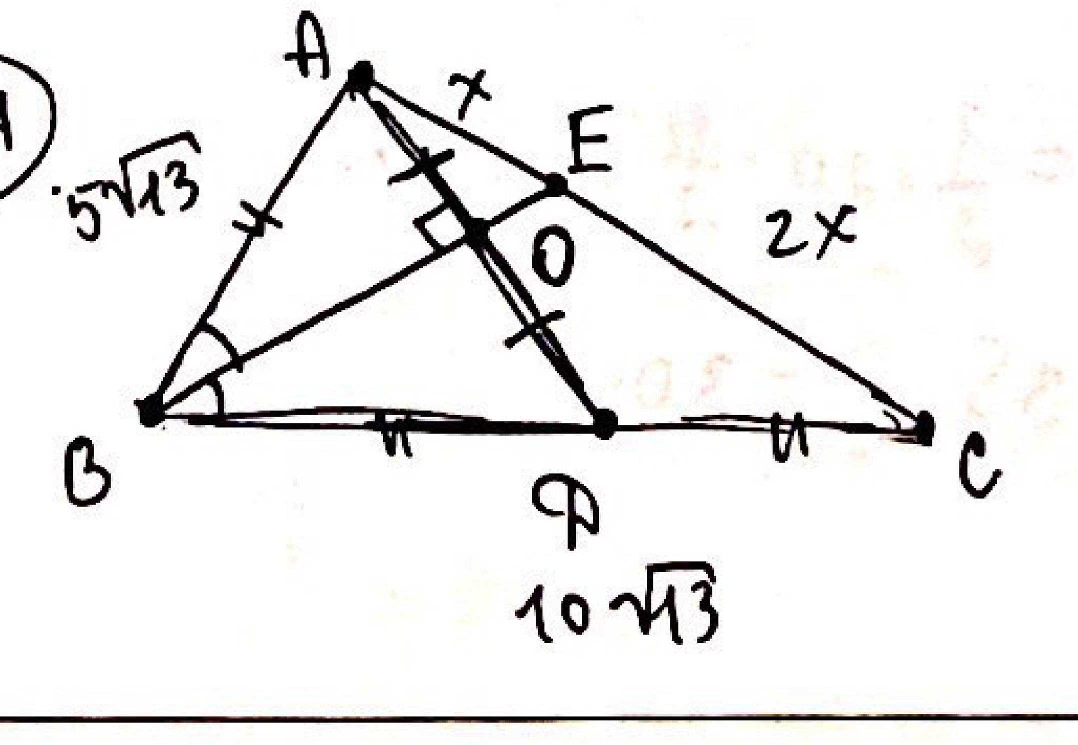
$-6x_1+x_1x_2=36\cdot3-12(x_1+x_2+x_3)+x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=$

$=108-12\cdot6+7=108-72+7=43=b$

$b=43$

Ответ: $a=-12$; $b=43$; $c=-41$.

№4



$BE\perp AD$

$BE=AD$

$AB=5\sqrt{13}$

$S_{ABC}-?$

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Чистовик

1) В $\triangle ABD$: BO – выс. и бис. => BO – выс., бис., мед. р/б $\triangle ABD$, $\triangle ABD$ – р/б, $AB = BD = 5\sqrt{13}$ (по св. медианы р/б $\triangle$, прох. из верш.); $AO = DO = \frac{1}{2}AD$

2) $BC = 2BD = 10\sqrt{13}$ (AD – мед.)

3) В $\triangle ABC$: по св. бис.: $\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{CE} = \frac{1}{2}$ => $AE = x$, $CE = 2x$

4) $\triangle ABO$ – прям.; [redacted]

По т. Пифагора:

$AO^2 = AB^2 - BO^2 = (\frac{1}{2}AD)^2$

$(5\sqrt{13})^2 - BO^2 = \frac{BE^2}{4}$

$BO^2 = 25 \cdot 13 - \frac{BE^2}{4}$ (1)

5) В $\triangle BEC$:

По т. Менелая:

$\frac{BO}{OE} \cdot \frac{EA}{AC} \cdot \frac{CD}{DB} = 1$

$\frac{BO}{OE} \cdot \frac{x}{3x} \cdot \frac{1}{1} = 1$

$\frac{BO}{OE} = 3$

$BO = 3OE$

$BE = BO + OE = 4OE$

$\frac{BO}{BE} = \frac{3}{4}$ => $BO = \frac{3}{4}BE$ (2)

6) Объед. (1) и (2):

$\frac{9}{16}BE^2 = 25 \cdot 13 - \frac{1}{4}BE^2$

$25 \cdot 13 = \frac{13}{16}BE^2$

$BE^2 = 25 \cdot 16$

$BE = 5 \cdot 4 = 20 = AD$

7) $S_{ABE} = \frac{1}{2}AO \cdot BE = \frac{1}{2}BE \cdot \frac{1}{2}AD = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot 20 = 100$

$\frac{S_{ABE}}{S_{ABC}} = \frac{AE}{AC} = \frac{1}{3}$ => $S_{ABC} = 3S_{ABE} = 300$

Ответ: 300

4

20-24-20-17 (123.8)

Чистовик

№6 Заметим, что если $1=p_1<p_2<\ldots<p_k=N$ – все делители в пор. возраст., то $p_1\cdot p_k=p_2\cdot p_{k-1}=\ldots=N$. Значит $p_n p_{k+1-n}$, где k – индекс последн. делит., а значит $k=\sigma(N)$

$p_3\cdot p_4\cdot p_{1876}\cdot p_{1877}\geqslant N^2$ (по усл.)

$$\begin{cases} p_3\cdot p_{k-2}=N \\ p_4\cdot p_{k-3}=N \end{cases}$$

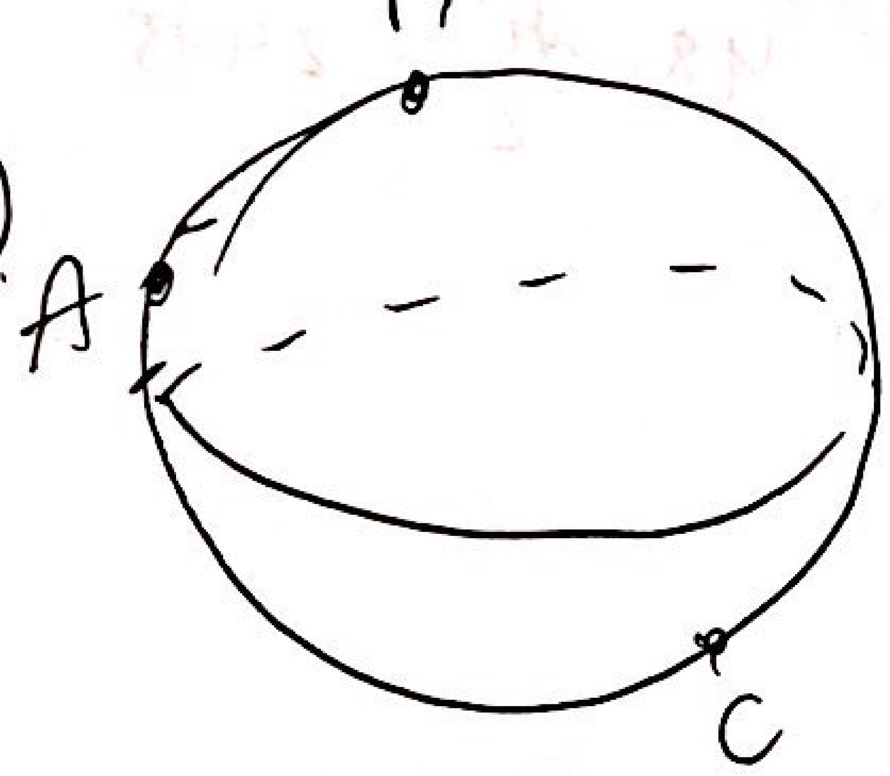
Если $k=1879$, то $p_3\cdot p_{1877}\cdot p_4\cdot p_{1876}=N^2$ – усл. выполн.

Если $p_4\cdot p_{1877}\geqslant N$, то $k-3\geqslant 1877\Rightarrow k\geqslant 1880$,

$\cancel{p_3\cdot p_{1876}}\ \cancel{p_3\cdot p_{1878}}\ N\geqslant p_3\cdot p_{1878}\geqslant p_3\cdot p_{1876}$

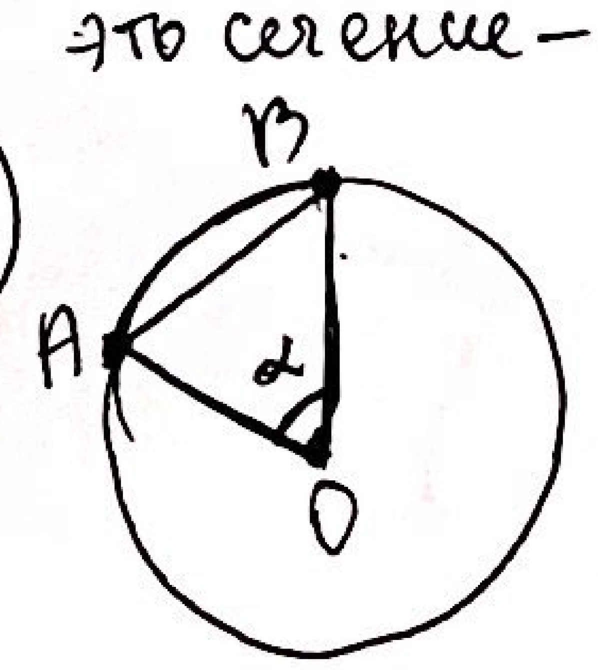
$$\underbrace{p_4\cdot p_{1877}}_{\geqslant N}\cdot\underbrace{p_3\cdot p_{1876}}_{=N\cdot\frac{p_{1876}}{p_{k-2}}}\geqslant N^2\cdot\frac{p_{1876}}{p_{k-2}}$$

№5



1) Через любые 2 точки, лем. на сфере можно провести сеч. сферы, прох. через ее диаметр (диаметральное сечение), это сечение – окружн. с радиусом сферы R

2)



$\overset{\frown}{AB}=20\pi$

$AO=OB=R$

$\frac{\alpha}{180^\circ}\cdot\pi R=20\pi\ (=\overset{\frown}{AB})$

$\alpha R=3600$

$AB=2R\sin\frac{\alpha}{2}$

3) Аналогично, $BC=2R\sin\frac{\beta}{2}$, $\beta R=2160$; $AC=2R\sin\frac{\gamma}{2}$, $\gamma R=2880$

5

Чистовик

4) $P_{ABC} = 2R\left(\sin\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\beta}{2} + \sin\frac{\gamma}{2}\right) = 2R\left(\sin\frac{1800}{R} + \sin\frac{1080}{R} + \right.$
$\left. + \sin\frac{1440}{R}\right) = 2R\left(\sin\left(5\cdot\frac{360}{R}\right) + \sin\left(3\cdot\frac{360}{R}\right) + \sin\left(4\cdot\frac{360}{R}\right)\right) =$
$= \frac{720}{x}\left(\sin 5x + \sin 4x + \sin 3x\right) = \frac{720}{x}\left(2\sin 4x\cos x + \sin 4x\right) =$
$= \frac{720}{x}\sin 4x\,(2\cos x + 1)$, где $x = \frac{360}{R}$

$\downarrow$
min

если $0 < x < \frac{90}{4}$, то $0 < P <$

5) Если рассм. 3 т. как сер. сф. окр, то получ
то же, но $\alpha + \gamma + \beta \Rightarrow 360 = \frac{3600}{R} + \frac{2160}{R} + \frac{2880}{R} \Rightarrow$

$\Rightarrow R = 24 \Rightarrow \alpha = 150^\circ, \beta = 90^\circ, \gamma = 120^\circ$

$AB = 48\cdot\frac{1}{2} = 24$

$BC = 48\cdot 1 = 48$

$AC = 48\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}$

$48\cdot\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = 24\sqrt{2-\sqrt{3}}$

$48\cdot\frac{1}{\sqrt{2}} = 24\sqrt{2}$

$48\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 24\sqrt{3}$

~~$P = 24\sqrt{3} + 24\cdot 3 = 24(3+\sqrt{3})$~~

~~Ответ: $24(3+\sqrt{3})$~~.

$P = 24(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{2-\sqrt{3}})$

Ответ $24(\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{2-\sqrt{3}})$

Черновик

$\cos\frac{180^\circ}{2} = \cos 78^\circ \cdot 2$

2

$\cos 2x + 1 = 2\cos^2 x$

$2\sin 2x \cos 2x$

$+\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = \frac{2-\sqrt{3}}{2}$

$4\sin x \cos x\,(2\cos^2 x - 1)(2\cos x + 1)$

$864 / 36 = 24$, -72, 144, -144

$2880 / 24 = 12$, -24, 48

$x \le 360$

$2160 / 24 = 9$

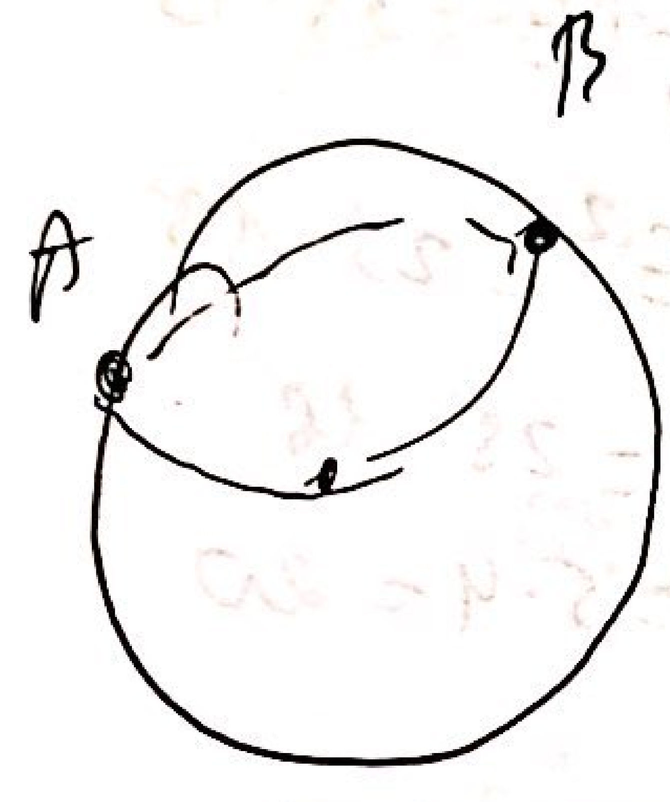
5040
3600
8640

$\frac{720}{x} \geq 2$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2$

$3600 / 24 = 150$, -24, 120

~~$\sin 45^\circ + \sin 45^\circ =$~~



$360 = \frac{3600 + 2160 + 2880}{R} = \frac{8640}{R}$

$R = 24$

$\cos\frac{45}{2} =$

$1, 2.$

$\cancel{4\sin x}(2\cos x + 1)\left(4\cos x - \frac{\sin 4x}{x}\right) =$

$= 2\sin x \sin 4x$

$\left(4\sin x \cdot (2\cos x + 1) + \sin 4x \cdot 2\sin x\right) =$

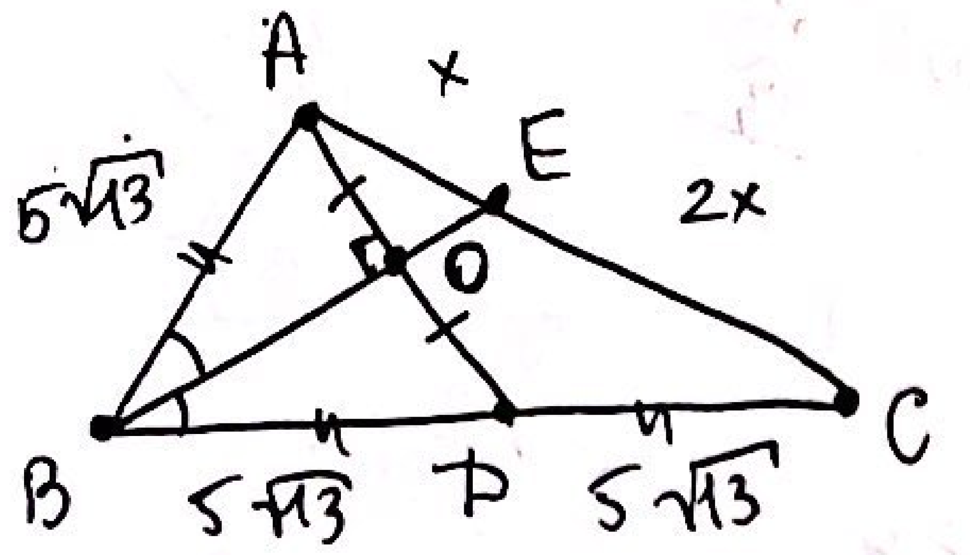
$\cancel{= 4\sin 2x} = 2\sin x\,(4\cos x + 2 + \sin 4x)$

$-\frac{720}{x^2}\sin 4x\,(2\cos x + 1) + \frac{720}{x} \cdot 2\sin x\,(4\cos x + 2 - \sin 4x) =$

$\frac{720}{x}\Big(4\sin 2x + 4\sin x - 2\sin x \sin 4x - \frac{1}{x}$

$-(\sin 4x\, 2\cos x + \sin 4x) \cdot \frac{1}{x}\Big)$

Черновик



$\cancel{BO}\ (5\sqrt{13})^2 - BO^2 = \left(\frac{1}{2}AD\right)^2 = x^2 - EO^2 = x^2 - (AD - BO)^2$

$\cancel{25 \cdot 13 = x^2 - AD^2}$

$\cancel{BO : OE}$

$\cancel{BO^2 = 25 \cdot 13 - \frac{BE^2}{4}}$

$\frac{BO}{OE} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1} = 1$

$BO = 3OE$

$\cancel{BE = 1}$

$\cancel{BE = \frac{3}{4}P}$

$BO = \frac{3}{4}BE$

$\frac{9}{16}BE^2 + \frac{1}{4}BE^2 = 25 \cdot 13$

$\frac{13}{16}BE^2 = 25 \cdot 13$

$BE^2 = 25 \cdot 16$

$BE = 5 \cdot 4 = 20$

12 1 2 3 4 6 12

1 2 3 4 5 6

$k+1-1$

$k+1-2$

$k+1-3$

$\sigma(N) = k$

$p_3 \cdot p_{k+1-3} = p_3 \cdot p_{k-2} = N$

$p_4 \cdot p_{k+1-4} = p_4 \cdot p_{k-3} = N$

$\sigma(N)$

$\sigma(N^3)$

$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877} \geq N^2$

1876 | 2
938 | 2
469 | 7
−42 | 67
49

1877 | 67
134 | 2
537

$\cancel{k = 1880}$

$\cancel{k \geq 1880}$

$\cancel{k = 1880}$

$p_3 \cdot p_{1876} = N$

$k = 1878$

$k = 1879$

$p_3 \cdot p_{1877} = N$

$p_4 \cdot p_{1876} = N$

$\cancel{p_4 \cdot p_{1877}}$

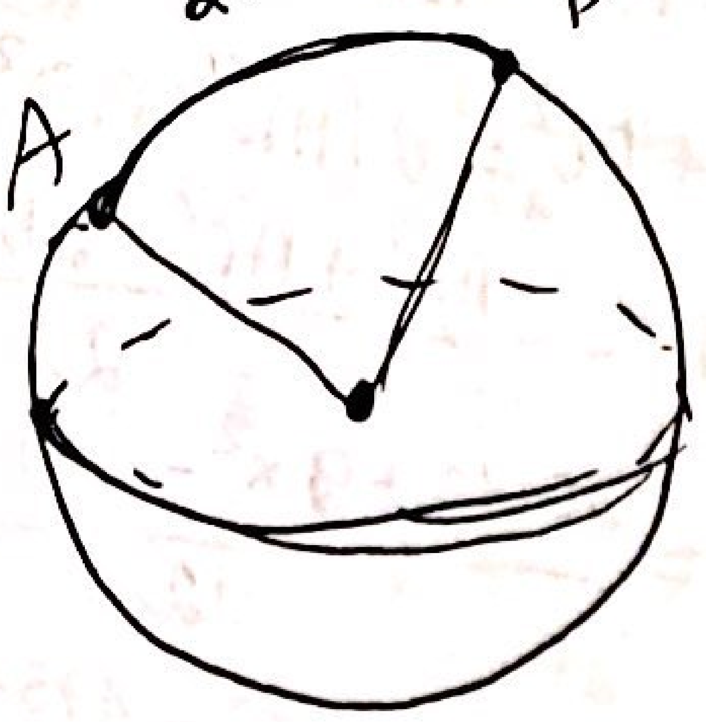
$p_4 \cdot p_{1875} = N$

$k \geq 1878$

$p_3 \cdot$

Черновик

$\left(\frac{n}{x}\right)' = n\cdot\left(-\frac{1}{x^2}\right)$



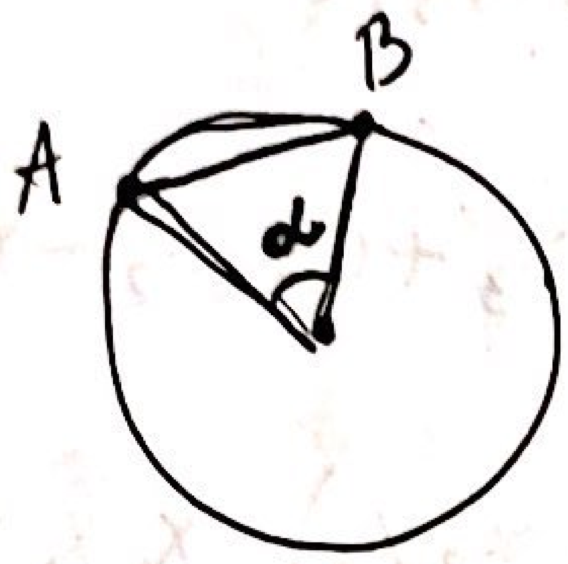
$\sin 5x + \sin 3x =$
$= 2\sin 4x \cos x$

$\left(x \sin\frac{n}{x}\right)' =$

$= \sin\frac{n}{x} + x\cos\frac{n}{x}\cdot\frac{n}{x^2} =$

$= \sin\frac{n}{x} - \frac{n}{x}\cdot\cos\frac{n}{x} = 0$

$= \sin\frac{n}{x} - \frac{n}{x}\cos\frac{n}{x}$



$2R\sin\frac{\alpha}{2}$

$\sin\frac{n}{x} = \frac{n}{x}\cdot\cos\frac{n}{x}$

$\sin\frac{n}{x} = \frac{n}{x}$

$tg\frac{n}{x} = \frac{n}{x}$

$\frac{n}{x} = arctg\left(\frac{n}{x}\right) + \pi k$

$2\pi R$ – дл. окр.

$\frac{\alpha}{360^\circ}\cdot 2\pi R = 20\pi$

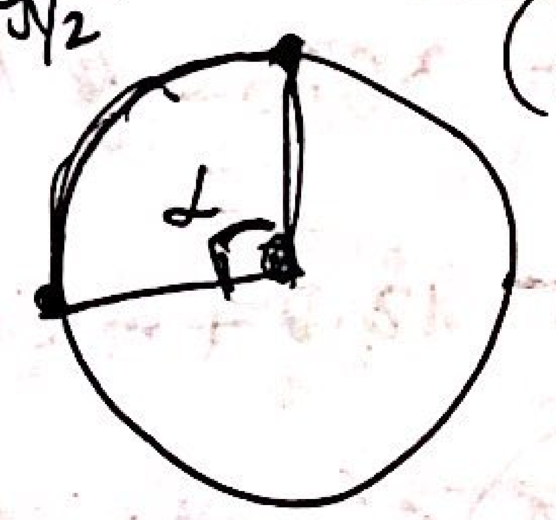
$R\cdot\frac{\alpha}{360^\circ} = 20$

~~$R\alpha = 7200$~~

$AB = \cancel{2R\sin\frac{\alpha}{2}} = \cancel{2\cdot\sqrt{\frac{7200}{\alpha}}}$

90°

$90^\circ = \frac{\pi}{2}$



$(\alpha \to)\ \frac{90^\circ}{180^\circ}\cdot\pi =$

$20:16:12 =$
$= 5:4:3$

$\alpha\cdot\frac{\pi}{180^\circ} = 20\pi$

$1800 \mid 360$, 5

$15 / 30$

$\frac{\pi}{2}R$

$AB = 2R\sin\frac{\alpha}{2}$

$\alpha\cdot\frac{\pi}{180^\circ}\cdot R = 20\pi$

$\alpha R = 3600$

$\beta R = 2160$

$\gamma R = 2880$

$1080 \mid 240$, 3

$12 \cdot 180$: 96, 12, 2160

$16 \cdot 180$: 128, 16, 2880

$2R\left(\sin\frac{1800}{R} + \sin\frac{1080}{R} + \sin\frac{1440}{R}\right) =$

$= 2R(\sin 5x + \sin 4x + \sin 3x) = 2R\cdot\sin 4x(2\cos x + 1) =$

$=$

Черновик

$AB^2 = AD^2 + BD^2 - 2AD \cdot BD \cdot \cos\beta$

$AC^2 = AD^2 + BD^2 + 2AD \cdot BD \cdot \cos\beta$

$AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$

$AD^2 = \frac{AB^2 + AC^2 - 2BD^2}{2}$

$AD^2 = \frac{25 \cdot 13 + 9x^2 - 200 \cdot 13}{2} = \frac{175 \cdot 13 + 9x^2}{2}$

$a = -12$

$\cancel{(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2^2 + x_2x_3)(x_1 + x_3)} =$

$= ($

$(6 - x_1)(6 - x_2)(6 - x_3) = (36 - 6x_2 - 6x_1 + x_1x_2)(6 - x_3) =$

$= 36 \cdot 6 - 36x_3 - 36x_2 + 6x_2x_3 - 36x_1 + 6x_1x_3 + 6x_1x_2 - x_1x_2x_3 =$

$= 216 - 36(x_1 + x_2 + x_3) + 6(x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3) - x_1x_2x_3 =$

$= \cancel{216} - \cancel{36 \cdot 6} + 6 \cdot 7 - 1 = 42 - 1 = 41 = -c$

$\frac{1}{4} AD \cdot BE = \frac{1}{4} AD^2$

$S_{ABC} = \frac{3}{4} AD^2$

$c = -41$

$(6 - x_1)(6 - x_2) + (6 - x_2)(6 - x_3) + (6 - x_1)(6 - x_3) =$

$= 36 - 6x_2 - 6x_1 + x_1x_2 + 36 - 6x_3 - 6x_2 + x_2x_3 + 36 - 6x_3 - 6x_1 +$

$+ x_1x_3 = 36 \cdot 3 - 12(x_1 + x_2 + x_3) + (x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3) =$

$= \overset{108}{\cancel{216}} - 12 \cdot 6 + 7 = \overset{108}{\cancel{216}} + 7 - 72 = \cancel{144 + 7 = 151 = b}$

~~$b = 151$~~

$\begin{array}{r} 108 \\ -72 \\ \hline 36 \end{array}$ $\begin{array}{r} 115 \\ -72 \\ \hline 43 \end{array}$ 43

$b = 43$

$\frac{7}{43}$

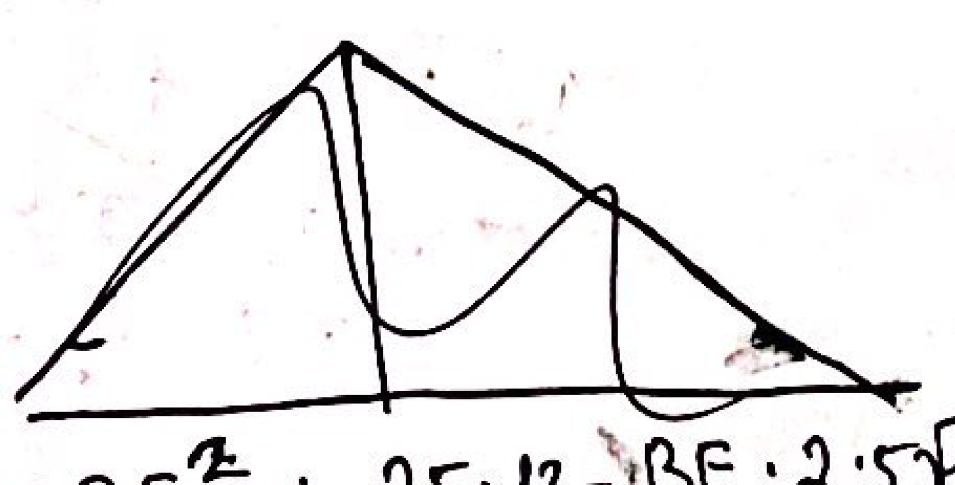
7

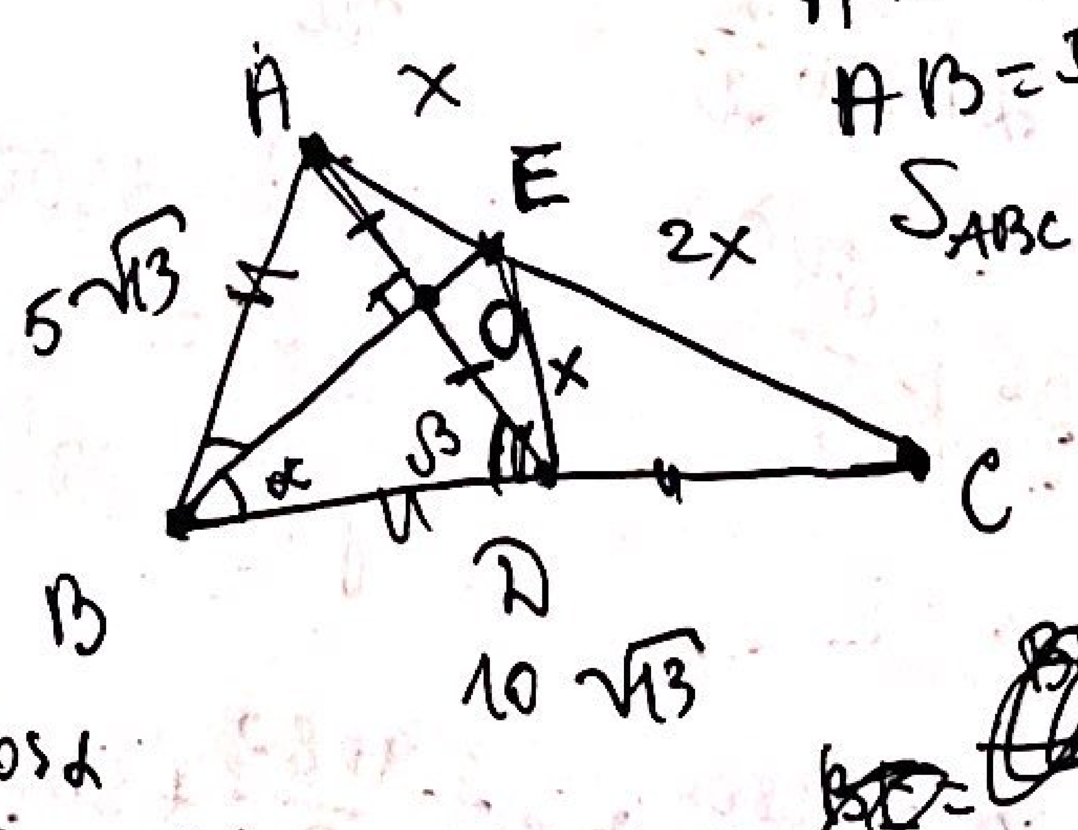
$AO = OD$

$BD = AB = 5\sqrt{13}$

$BC = 10\sqrt{13}$

$\frac{CE}{AE} = \frac{2}{1}$





$AD = BE$

$AB = 5\sqrt{13}$

$S_{ABC} - ?$

$x^2 = BE^2 + 25 \cdot 13 - BE \cdot 2 \cdot 5\sqrt{13} \cdot \cos\alpha$

$4x^2 = BE^2 + 100 \cdot 13 - BE \cdot 2 \cdot 10\sqrt{13} \cdot \cos\alpha$

$\cancel{3x^2 = 75 \cdot 13} -$ $3x^2 = 75 \cdot 13 - 10\sqrt{13}\, BE \cdot \cos\alpha$

Черновик

3) ~~вел.~~ авт. в 15:00, ост.

$$\begin{cases} t_a = \frac{l}{2v_b} + 2 = x - 15 \\ t_b = \frac{l}{v_b} = x - 14 \end{cases}$$

$$\frac{2l}{v_b} - \frac{l}{2v_b} - 2 = x - 14 - x + 15 = 1$$

$$\frac{l}{2v_b} = 3 \qquad x = 20:00$$

$$\frac{l}{v_b} = 6$$

4) авт. в 15:00, ост. у вел.

$$\begin{cases} t_a = \frac{l}{2v_b} = x - 15 \\ t_b = \frac{l}{v_b} + 2 = x - 14 \end{cases}$$

$$\frac{2l}{v_b} + 2 - \frac{l}{2v_b} = x - 14 - x + 15 = 1$$

$$\frac{l}{2v_b} = -1 \quad \varnothing$$

~~3sinC+~~

$\sin\cancel{(180° - (\angle A + \angle B))} =$

~~$BE^2 + AB^2 -$~~ $= \sin\cancel{(\angle A + \angle C)} =$

$= \cancel{2\sin C \cos A + \sin C \cos C}$

$BE^2 = 25 \cdot 13 + x^2 - 10\sqrt{13} \cdot x \cdot \cos A$

$175 \cdot 13 + 9x^2 = 50 \cdot 13 + 2x^2 - 20\sqrt{13}\, x \cos A$

~~$125 \cdot 13$~~

~~$7x^2 + 20\sqrt{13}\cos A \cdot x + 175 \cdot 13 = 0$~~

$\frac{BE}{\sin C} = \frac{2x}{\sin \alpha} = 2 \cdot \frac{BE}{\sin A} \qquad \sin A = 2\sin C$

$\frac{x}{\sin \alpha} = \frac{BE}{\sin A}$

$x^3 - 6x^2 + 7x - 1 = 0$

x_1, x_2, x_3

$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$

$x_1 + x_2,\ x_2 + x_3,\ x_1 + x_3$

1) $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ x_1 x_2 x_3 = 1 \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = 7 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2(x_1 + x_2 + x_3) = -a \\ (x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_1+x_3) = -c \\ (x_1+x_2)(x_2+x_3) + (x_2+x_3)(x_1+x_3) + (x_1+x_2)(x_1+x_3) = b \end{cases}$

1, 2, 3

$(x-1)(x-2)(x-3) =$

$= (x^2 - 3x + 2)(x-3) =$

$= x^3 - 3x^2 - 3x^2 + 9x + 2x - 6 =$

$= x^3 - \underset{a}{6}x^2 + \underset{b}{11}x - \underset{c}{6}$

~~$x_1 + x_2 + x_3 =$~~

1, 2, 5

$(x^2 - 3x + 2)(x-5) =$

$= x^3 - \underset{a}{8}x^2 + \underset{b}{17}x - \underset{c}{10}$

$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = -a \\ x_1 x_2 x_3 = -c \\ x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3 = b \end{cases}$

Черновик

$$1+\sqrt{2}\sin x\left(\cos x-2\sin x\right)+\sqrt{2}\cos x\left(2\cos x+\sin x\right)=2\cos^2\left(x+\frac{\pi}{8}\right)$$

$$1+\sqrt{2}\sin x\cos x-2\sqrt{2}\sin^2 x+2\sqrt{2}\cos^2 x+\sqrt{2}\sin x\cos x=2\cos^2\left(x+\frac{\pi}{8}\right)=1+\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$$

$$\cos 2\alpha=2\cos^2\alpha-1$$

$$2\sqrt{2}\cos 2x+\sqrt{2}\sin 2x=\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\cos 2x-\sin 2x\right)\ \Big|\cdot\sqrt{2}$$

$$4\cos 2x+2\sin 2x=\cos 2x-\sin 2x$$

$$3\cos 2x+3\sin 2x=0$$

$$\cos 2x+\sin 2x=0\ \Big|:\cos 2x$$

$$\operatorname{tg} 2x=-1$$

$$2x=-\frac{\pi}{4}+\pi n,\ n\in Z$$

$$x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2},\ n\in Z$$

14:00 $\xrightarrow{v_a}$

A ——————————— B

15:00 $\xrightarrow{v_b}$

1) авт. в 14:00 и ост.

$$\begin{cases} t_a=\dfrac{l}{2v_b}+2=x-14 \\ t_b=\dfrac{l}{v_b}=x-15 \end{cases}$$

$$\frac{l}{2v_b}+2-\frac{l}{v_b}=\cancel{x}-14-\cancel{x}+15=1$$

$$2-\frac{l}{2v_b}=1 \qquad \frac{l}{2v_b}=1 \qquad \frac{l}{v_b}=2 \qquad x=17{:}00$$

2) авт. в 14:00, ост. у вел.

$$\begin{cases} t_a=\dfrac{l}{2v_b}=x-14 \\ t_b=\dfrac{l}{v_b}+2=x-15 \end{cases}$$

$$\frac{l}{2v_b}-\frac{l}{v_b}-2=\cancel{x}-14-\cancel{x}+15=1$$

$$-2-\frac{l}{2v_b}=1 \qquad \varnothing$$