

0 500226 240001
 50-02-26-24
 (110.3)



МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
 имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант _____

Место проведения Москва
 город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ПВГ
 наименование олимпиады

по математике
 профиль олимпиады

Валкина Дмитрия Станиславовича
 фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
50-02-26-24	70	21	21	0	21	7	0	X	X

$z = \text{нечётное число}$; нечётное число
 $= \text{нечёт. з.}$; $p^q - q^p = \text{неч. з.}$; $\text{неч. з.} - \text{неч. з.} = \text{неч. з.}$ и $\text{неч. з.} - \text{неч. з.} = \text{неч. з.}$
 Единственное простое нечётное число $\Rightarrow 2$. Либо p , либо $q = 2$.
 Если $p=2$ то $p^q - q^p + 3 = 2^{q-1} = 2$; ~~$p^q - q^p$~~ тогда q — простое
 и нечётное число. Значит, $q=2$.

Теперь известно выражение

$$p^2 - 2^p + 3 = 2^{p-1}, \text{ или } 2^q - q^2 + 3 = 2^{q-1}$$

Если $p=3$ то $3^2 - 2^3 + 3 = 2^{3-1}$ то есть $9 - 8 + 3 = 4$. Все сходится.
 Если $p=5$ то $5^2 - 2^5 + 3 = 2^{5-1}$ то есть $25 - 32 + 3 = 16$. Не сходится.
 Если $p=7$ то $7^2 - 2^7 + 3 = 2^{7-1}$ то есть $49 - 128 + 3 = 64$. Не сходится.
 Есть только ~~два~~ 2 варианта. 1ый вариант — $p=2, q=3, 2$ —
 $p=3, q=2$.

8192

№5.

$$2025 = 2^{2024} + 2^{2024}$$

$$2 \cdot 2^{2024} + 2^{2023} =$$

~~$$2^{2023} + 2^{2023} + 2^{2023} = 2^{2023} + 2^{2023} + 2^{2023}$$

$$4 \cdot 2^{2023} + 16 + 64$$

$$2^{2024} + 2^{2026} + 2^{2028}$$

$$2^{2024} + 2^{2026} + 2^{2024}$$~~

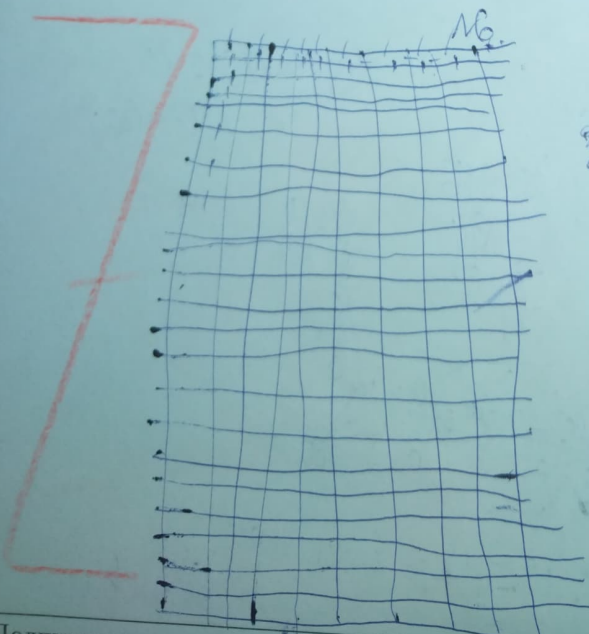
~~$$2^{2023} + 2^{2024} + 2^{2025}$$~~

$$6072$$

$$\begin{array}{r} 2023 \\ + 4046 \\ \hline 6069 \\ + 138 \\ \hline 6207 \end{array}$$

$$2023 \cdot 3 + 3 = 6072$$

6072 делится на 8. Да



$$10 \cdot 22 = 220$$

$$9 \cdot 23 = 207$$

$$10 \cdot 21 = 210$$

Черновик

50-02-26-24
(110.3)

13.

~~$\frac{100}{199}$~~ $a:601=?$

$\frac{a}{6}$

$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} =$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{5^{12}}{6} - \frac{1^{13}}{4} - \frac{7^{15}}{12} + \frac{1^{142}}{5} = \frac{47^{11}}{60} - \frac{1^{10}}{6} = \frac{37^{17}}{60} + \frac{1^{60}}{7} = \frac{319^{12}}{420} - \frac{1^{105}}{8} - \frac{928}{840} - \frac{533}{240} + \frac{1^{80}}{9}$

$\frac{1879}{2920} - \frac{1^{125}}{10} = \frac{1627}{2520}$
 $\frac{840}{6} = 140$
 $\frac{24}{24} = 1$

$\begin{array}{r} 533 \\ \times 3 \\ \hline 1599 + 280 \\ \hline 1879 \end{array}$

16.

Черновик

N1.

Если А-рыцарь, то В-двурушник, а С-либо рыцарь, либо двурушник, но тогда А обрал. Если А-лжец, то В-рыцарь, а С-либо лжец, либо двурушник, но тогда А сказал правду. Если А-двурушник и первая фраза-правда, то В-двурушник, а С-либо рыцарь, либо двурушник. Все сходится.

Ответ: А-двурушник.

N2.

Если представить, что в первом пакете 5 пакетов, во втором из них ещё 5, в третьем из них ещё 5, и так далее, то по порядку, не считая первого пакета, во всех следующих 5 пакетах будет 4 пустых, и ещё 5 пустых, самых последних пакетов. То есть всего $4x + 5 = 101$ пустой пакет. $101 - 5 = 96$; $96 : 4 = 24$; $24 \cdot 5 = 120$. Всего пакетов: $120 + 5 + 1$ (самый первый пакет, который мы не считали) = 126 пакетов.

Ответ: 126 пакетов.

N4.

Если возвести 2 в любую степень то получится тёмное число значит и в первой, и во второй половине должен быть тёмный ответ. Также 3 - не тёмное число а как мы знаем, тёмное число - не тёмное = не тём. чис. значит, $p^q - q^p = \text{не тём. т.}$, не тём. т. = не тём - тём. или наоборот, то есть одно из этих двух чисел - тёмное, а единственное простое тёмное число - это 2.

Если $p=2$, $q=3$, то $2^3 - 3^2 + 3 = 2^{2-1}$ то есть $8 - 9 + 3 = 2$, то $8 - 9 + 3 = 2$, значит этот вариант ~~не~~ подходит.

Если $p=3$, $q=2$, то $3^2 - 2^3 + 2 = 2^{3-1}$ то есть $9 - 8 + 2 = 4$ этот вариант подходит. Это единственные подходящие варианты, так как по формуле в первом выражении будет либо больше, либо меньше, чем во втором.

Ответ: $p=3, q=2$; $p=2, q=3$.

N6.

Ответ: 220.

J

N1. Чистовик

№6 (продолжение)

кроме одной,

Решение: Если взять и отрезать все проспекты, то будет отрезано всего $9 \cdot 23 = 207$ участков, и все машины смогут спокойно ездить, а если отрезать все улицы, кроме одной, то будет отрезано всего $10 \cdot 22 = 220$ участков, и все машины смогут спокойно ездить.

№5.

Чтобы в этом выражении ответ был квадратом целого числа, нужно, чтобы все множители делились друг на друга и сами были квадратами целых чисел.

Ответ: да, например 4, 16 и 64.

№3.

Если присмотреться, то можно заметить закономерность:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \dots = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} \dots = \frac{5}{6} - \frac{1}{4} \dots = \frac{7}{12} + \frac{1}{5} \dots = \frac{47}{60} - \frac{1}{6} \dots = \frac{37}{60} \dots$$

кажд

№2. Чистовик