выход: 15:08
вход: 15:10
выдан доп. лист (1 лист)

0 573028 520008

57-30-28-52
(138.5)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант С-3

Место проведения Уфа.
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!"
наменование олимпиады

по МАТЕМАТИКЕ
профиль олимпиады

Журавлёва Георгия Валерьевича.
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
57-30-28-52	90	20	20	20	10	0	20		

57-30-28-52
(138,5)

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ 90(девяносто)

Черновик

$7-8+7-7$

$1877 \mid 7$, 26; -14, 47, -42, 57

$1877 \mid 13$, 14; -13, 57, -52, 57

$1877 \mid 17$, 11; -17, 17

$1877 \mid 19$, 9; -171, 167

$1877 \mid 23$, 8; -184, 37

$1877 \mid 29$, 6; -174, 137

2^{187}

$1877 \mid 31$, 6; -186, 17

$1877 \mid 37$, 5; -185, 27

$1877 \mid 41$, 42; -164, 237

$1877 \mid 43$, 49; -172, 157

Подписывать лист-вкладыш запрещено! Писать на полях листа-вкладыша запрещено!

Чистовик №9

№6 (прод. №3)

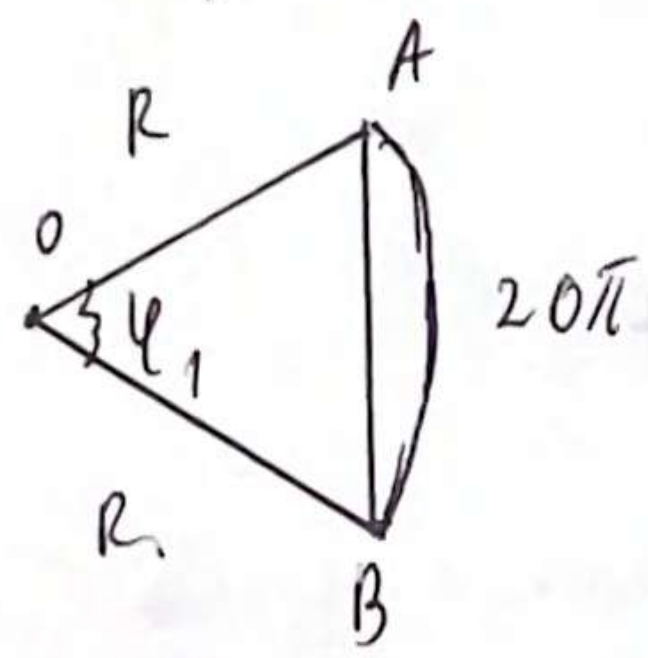
Итак, мы перебрали все возможные варианты и получили значения для $\sigma(N^3)$:

$\{5629; 5632; 5635; 11260; 13132; 14992; 26236\}$

Ответ: $\sigma(N^3) \in \{$ ~~5635; 26236; 14992; 13132; 11260; 5632; 5629~~ $\}$.

№5.

сечение плоскостью (AOB).



$20\pi \le \pi \cdot R$ - иначе не поместится по сфере

$\Downarrow$

$R \ge 20$

$AB = 2R \cdot \sin\frac{\varphi_1}{2} = 2R \cdot \sin\frac{10\pi}{R}$.

φ_1 - в радианах:

$\breve{AB} = \varphi_1 \cdot R = 20\pi$;

$\varphi_1 = \frac{20\pi}{R}$

аналогично

A, C:

$\varphi_2 = \frac{12\pi}{R}$; $AC = 2R\sin\frac{\varphi_2}{2} = 2R\sin\frac{6\pi}{R}$;

B, C:

$\varphi_3 = \frac{16\pi}{R}$; $BC = 2R\sin\frac{\varphi_3}{2} = 2R\sin\frac{8\pi}{R}$.

тогда

$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$

$2\cos 2\alpha + 1 =$

$P = AB + BC + AC = 2R(\sin\frac{10\pi}{R} + \sin\frac{8\pi}{R} + \sin\frac{6\pi}{R}) =$

$= 2R \cdot (2\sin\frac{8\pi}{R} \cdot \cos\frac{2\pi}{R} + \sin\frac{8\pi}{R}) = 2R \cdot \sin\frac{8\pi}{R} \cdot (2\cos\frac{2\pi}{R} + 1) =$

$= \cancel{2R \cdot \sin\frac{8\pi}{R} \cdot \cos}\ 4R\sin\frac{8\pi}{R} \cdot \cos\frac{2\pi}{R} + 2R \cdot \sin\frac{8\pi}{R}$

57-30-28-52
(138.5)

$\boxed{\text{Чистовик №1.}}$

№ 1	2	3	4	5	6.

№1

$1+\sqrt{2}\sin x(\cos x-2\sin x)+\sqrt{2}\cos x(2\cos x+\sin x)=2\cos^4(x+\frac{\pi}{8})$.

$1+\sqrt{2}\sin x(\cos x-2\sin x)+\sqrt{2}\cos x\cdot 2\cos x+\sqrt{2}\cos x\cdot\sin x=2\cos^2(x+\frac{\pi}{8})$.

$\underbrace{\sqrt{2}\sin x\cdot\cos x+\sqrt{2}\cos x\cdot\sin x}_{\parallel}+\underbrace{2\sqrt{2}(\cos^2x-\sin^2x)}_{\parallel}=\underbrace{2\cos^4 x+\frac{\pi}{8})-1}_{\parallel}$.

$\sqrt{2}\sin 2x+2\sqrt{2}\cdot\cos 2x=\cos(2x+\frac{\pi}{4})$.

$\cos 2x-\sin 2x=\sqrt{2}\cdot\cos(2x+\frac{\pi}{4})$

$\Downarrow$

$\cos(2x+\frac{\pi}{4})=\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos 2x-\sin 2x)$

$\sqrt{2}\sin 2x+2\sqrt{2}\cos 2x=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x-\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x$.

$\cancel{\sin 2x}\ \sin 2x(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}})+\cos 2x(2\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}})=0$.

$\sin 2x\cdot\frac{3}{\sqrt{2}}+\cos 2x\cdot\frac{3}{\sqrt{2}}=0.\quad(\cdot\frac{\sqrt{2}}{3})$

$\sin 2x+\cos 2x=0$

$\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})=0$.

$\sin(2x+\frac{\pi}{4})=0$

$2x+\frac{\pi}{4}=\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$.

$x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2},\ n\in\mathbb{Z}$.

Ответ: $\{-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2};\ n\in\mathbb{Z}\}$

Чистовик №2

№3.

$x^3-6x^2+7x-1=0.$

т.к 3 корня: запишем т Виета:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=6. & (1) \\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=7. & (2) \\ x_1x_2x_3=1. & (3) \end{cases}$$

$x^3+ax^2+bx+c=0.$

аналог. т Виета т.к корни (x_1+x_2); (x_2+x_3); (x_3+x_1)

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_2+x_3+x_1+x_3=-a. \\ (x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_1+x_2)(x_1+x_3)+(x_2+x_3)(x_1+x_3)=b. \\ (x_1+x_2)(x_1+x_3)(x_2+x_3)=-c. \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-2(x_1+x_2+x_3). \\ b=x_1^2+x_2^2+x_3^2+3x_1x_3+3x_1x_2+3x_2x_3. \\ c=-(x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_2^2x_1+x_2^2x_3+x_3^2x_1+x_3^2x_2+2x_1x_2x_3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-2\cdot(x_1+x_2+x_3). \\ b=(x_1+x_2+x_3)^2+x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3. \\ c=-((x_1+x_2+x_3)(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)-x_1x_2x_3.) \end{cases}$$

$(x_1+x_2+x_3)\cdot(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)=x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_2^2x_1+x_2^2x_3+$
$+x_3^2x_1+x_3^2x_2+3x_1x_2x_3$

см. (1),(2),(3):

$$\begin{cases} a=-2\cdot 6. \\ b=6^2+7. \\ c=-(6\cdot 7-1) \end{cases} \qquad \begin{cases} a=-12 \\ b=43 \\ c=-41. \end{cases}$$

$x^3-12x^2+43x-41=0$

Ответ: при $\begin{cases} a=-12 \\ b=43 \\ c=-41 \end{cases}$

Чистовик №3

№2

Пусть скорость велосипедиста $=x$, тогда скорость автомобиля $=$
$=2x$;

~~Все~~ расстояние от A до B $= S$;

I случ. пусть на час позже выехал Авт., остан на 2ч - автом
тогда т.к они ехали одно и то же время, то

$$t = \underbrace{\frac{S}{x}}_{\text{проезд AB}} = \overset{\text{ост.}}{3} + \frac{S}{2x} \qquad \underline{t = \frac{S}{x}}$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{S}{2x} = 3.$$

$$\frac{S}{x} = 6$$

$$\Downarrow$$

Они прибыли в B в $14:00 + 6 = \underline{\underline{20:00}}$

II случ. пусть на час позже выехал Автом., остан на 2ч - велос.

$$t = \frac{S}{x} + 2.$$

$$t = \frac{S}{x} + 2 = \frac{S}{2x} + 1.$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{S}{2x} = -1 \text{ неуд.}$$

III случ. пусть на час позже выех. велос., остан на 2ч - авт.

$$t = \frac{S}{x} + 1.$$

$$t = \frac{S}{x} + 1 = \frac{S}{2x} + 2.$$

$$\Downarrow$$

$$\frac{S}{2x} = 1$$

$$\frac{S}{x} = 2 \Rightarrow t = 2 + 1 = 3.$$

Они прибыли в B в $14:00 + 3 = \underline{\underline{17:00}}$

Чистовик №4

№2 (продолж.)

IV сл. ~~на~~ пусть на час позже выехал велосип., отст. на 24 - велосип.

$$t=\frac{S}{x}+3$$

$$t=\frac{S}{x}+3=\frac{S}{2x}$$

$\Downarrow$

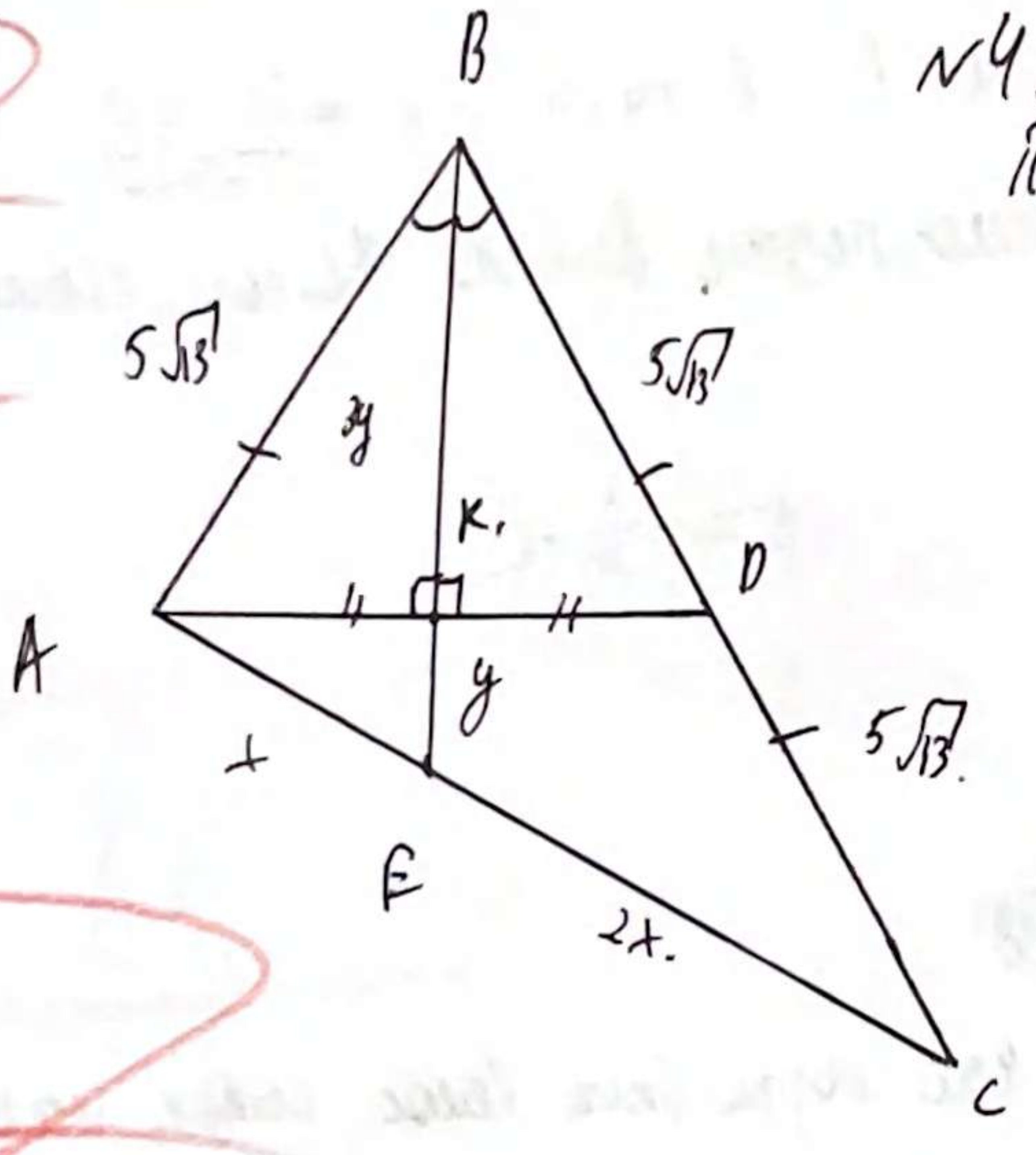
$\frac{S}{2x}=-3$ — неуд

$\Downarrow$

существует 2 случ: приехали в В в 20:00 либо в 17:00

Ответ: либо в 20:00, либо в 17:00

№4.



Пусть BE и AD пересекаются в т. K., тогда т.к. $AD \perp BE$;

BE — бис-са $\angle ABC$;

тогда в $\triangle ABD$: BK — высота, бис-са

$\Downarrow$

$\triangle ABD$ — равнобедр.;

также $AK=KD$.

$AB=BD=DC=5\sqrt{13}$

медиана

по св-ву бис-сы

$$\frac{AE}{EC}=\frac{AB}{BC}=\frac{1}{2}$$

тогда по теореме о пересекающихся чевианах:

(следств из теор Менел. и теор Чевы)

$$\frac{BK}{KE}=\frac{BD}{DC}\left(\frac{CE}{EA}+1\right). \quad KE=y \Rightarrow BK=3y.$$

$\frac{BK}{KE}=1\cdot 3=3$, тогда по теореме Пифагора

$AK=\sqrt{DA^2-BK^2}$

$\triangle ABK$: $AK=\sqrt{25\cdot 13-9y^2}=\sqrt{325-9y^2}$.

$$AD=2\cdot\sqrt{325-9y^2}.$$

Чистовик №5

№4 (продолжение).

по условию: $AD = BE$;

$2\cdot\sqrt{325-9y^2} = 4y.$ вкв.

$4\cdot 325 - 36y^2 = 16y^2$

$4\cdot 325 = 52y^2.$

$y = \sqrt{\frac{4\cdot 25\cdot 13}{52}} = 5$ $\Rightarrow AK = \frac{AD}{2} = \frac{BE}{2} = 2y.$

$AK = 10$

$BK = 15$

$AC = 3AE$

по теор. Пифагора:

$\triangle AKE$: $AE^2 = AK^2 + KE^2$

$AE = \sqrt{10^2+5^2} = 5\sqrt{5}$

$\Downarrow$

$AC = 15\sqrt{5}$;.

$\sin\angle ABK = \frac{AK}{AB} = \frac{10}{5\sqrt{13}} = \frac{2}{\sqrt{13}}.$

$\cos\angle ABK = \frac{BK}{AB} = \frac{15}{5\sqrt{13}} = \frac{3}{\sqrt{13}}$;

$S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot AB\cdot BC\cdot \sin\angle ABC. = \frac{AB\cdot BC}{2}\cdot \sin(2\angle ABK) =$

$= AB\cdot BC\cdot \sin\angle ABK\cdot \cos\angle ABK = 5\sqrt{13}\cdot 2\cdot 5\sqrt{13}\cdot\frac{2}{\sqrt{13}}\cdot\frac{3}{\sqrt{13}} = 60.$

Ответ: $S_{ABC} = 60$

Листовик №6

№6.

$N = \gamma_1^{\alpha_1} \cdot \gamma_2^{\alpha_2} \cdot \ldots \cdot \gamma_n^{\alpha_n}$ $\gamma_1, \gamma_2, \ldots \gamma_n$ – простые множители ~~возр.~~

$\sigma(N) = (\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\ldots(\alpha_n+1)$; $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n \in \mathbb{N} + \{0\}$

Заметим что. $N = p_{i+1} \cdot p_{k-i}$

$N^3 = \gamma_1^{3\alpha_1} \cdot \gamma_2^{3\alpha_2} \cdot \ldots \cdot \gamma_n^{3\alpha_n}$ тогда ~~$N^2 = p_i \cdot p_{k-i+1} \cdot p_{i+1}$~~

$\sigma(N^3) = (3\alpha_1+1)(3\alpha_2+1)\ldots(3\alpha_n+1)$. $N^2 = p_i \cdot p_{k-i+1} \cdot p_{i+1} \cdot p_{k-i}$.

тогда:

$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877} \geq N^2$

$\Downarrow$ $\underline{i=3}$

$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877} \geq p_3 \cdot p_{k-2} \cdot p_4 \cdot p_{k-3}$.

$p_{1877} \cdot p_{1876} \geq p_{k-2} \cdot p_{k-3}$

т.к $p_{1877}; p_{1876}$ и p_{k-2}, p_{k-3} – 2 последовательных делителя N, ~~те~~.

$p_{1877} \cdot p_{1876} \geq p_{k-2} \cdot p_{k-3}$, но

$1877 \geq k-2$

$\Downarrow$

$k \leq 1879$, т.к $\exists\, p_{1877}$.

то $k \geq 1877$.

т.к

$\sigma(N) = (\alpha_1+1)(\alpha_2+1)\ldots(\alpha_n+1) = k$,

то. k состоит из произведения n ~~чисел~~ натуральных чисел

$k \in \{1877; 1878; 1879\}$

Заметим что если число x не простое, то у него $\exists$ простые делители $\leq \sqrt{x}$, ~~т.к~~. Пусть $\exists$ только простые множ $> \sqrt{x}$, то пусть $= \beta_1$

тогда $\frac{x}{\beta_1 > \sqrt{x}} < \sqrt{x}$, но $\frac{x}{\beta_1}$ – делит x – ~~нечет~~.

Чистовик №7

№6 (прод.)

$1879 < 2025 = 45^2$

$\Downarrow$

I сл. $n = 1879$

можно рассм прост делит < 45:

$1879 \not\vdots 2$

$1+8+7+9 = 18 + 7 \not\vdots 3$

$1879 \not\vdots 5$

1879 | 7: 14, 47, −42, 59, −56, 3; 268 — нeуд

$(1-8+7-9) \not\vdots 11$, -9

1879 | 13: 13, 57, 52, 59, 52, 7; 144 — неуд

1879 | 17: 17, 17, 17, 9; 11 — неуд

1879 | 19: 171, 169, 171, 18; 99 — неуд

1879 | 23: 184, 39, 23, 16; 81 — неуд.

1879 | 29: 174, 139, 116, 23; 64 — неуд

1879 | 31: 186, 19; 6 — неуд

1879 | 37: 185, 29; 5 — неуд

1879 | 41: 164, 239, 205, 34; 45 — неуд.

1879 | 43: 172, 159, 129, 30; 43 — неуд

$47 > 45$

$\Rightarrow$ 1879 — простое.

$1879 = 1 \cdot 1879$

$\Downarrow$ ед. случ

$\alpha_1 + 1 = 1879$

$\alpha_1 = 1878.$

$N = p_1^{1878}$

$1878 \cdot 3 = 5634$

$N^3 = p_1^{5634}$

$\sigma(N^3) = 5634 + 1 = \underline{\underline{5635}}$

II сл. $n = 1878$:

$313 < 324 = 18^2$

$n = 2 \cdot 3 \cdot 313$

$\begin{cases} \alpha_1+1=2 \\ \alpha_2+1=3 \\ \alpha_3+1=313 \end{cases}$

$\begin{cases} \alpha_1+1=6 \\ \alpha_2+1=313 \end{cases}$

$\begin{cases} \alpha_1+1=626. \\ \alpha_2+1=3 \end{cases}$

$\begin{cases} \alpha_1+1=939 \\ \alpha_2+1=2 \end{cases}$

$\{ \alpha_1+1=1878$

$313 \not\vdots 2, 3, 5, 11$

$3-1+3 \not\vdots 11.$

313 | 7: 28, 33, −28, 5; 44 — неуд

313 | 13: 26, 53, 52, 1; 24 — неуд

313 | 17: 17, 143, 136, 7; 18 — неуд.

Чистовик №8

№6 (прод. №2).

$\begin{cases} \alpha_1 = 1 \\ \alpha_2 = 2 \\ \alpha_3 = 312 \end{cases} \rightarrow \sigma(N^3) = (3+1)(3\cdot 2+1)(3\cdot 312+1) = 26236$

$\begin{cases} \alpha_1 = 5 \\ \alpha_2 = 312 \end{cases} \rightarrow \sigma(N^3) = (15+1)\cdot(312\cdot 3+1) = 16\cdot 937 = 14992$

$\begin{cases} \alpha_1 = 625 \\ \alpha_2 = 2 \end{cases} \rightarrow \sigma(N^3) = (3\cdot 2+1)\cdot(3\cdot 625+1) = 13132$

$\begin{cases} \alpha_1 = 938 \\ \alpha_2 = 1 \end{cases} \rightarrow \sigma(N^3) = (3\cdot 1+1)\cdot(3\cdot 938+1) = 11260$

$\{ \alpha_1 = 1877 \rightarrow \sigma(N^3) = 3\cdot 1877+1 = 5632$

$940\cdot 28 = 26320$; $937\cdot 28$: $7496 + 1874 = 26236$

$937\cdot 16$: $5622 + 937 = 14992$

$1876\cdot 7 = 13132$

$938\cdot 3 = 2814$; $2815\cdot 4 = 11260$

При $k = 1877$.

пров < 45

$1877 \not\vdots\ 2, 3, 5, 11$

$1+8+7+7 = 23 \not\vdots\ 3$.

$1-8+7-7 = -7 \not\vdots\ 11$.

$1877 : 7 = 268$, ост. 1 — неуд

$1877 : 13 = 144$, ост. 5 — неуд

$1877 : 17 = 110$, ост. 7 — неуд

$1877 : 19 = 98$, ост. 15 — неуд

$1877 : 23 = 81$, ост. 14 — неуд

$1877 : 29 = 68$, ост. 5 — неуд

$1877 : 31 = 60$, ост. 17 — неуд

$1877 : 37 = 50$, ост. 27 — неуд

$1877 : 41 = 45$, ост. 32 — неуд

$1877 : 43 = 43$, ост. 28 — неуд

3 сл. случ $\alpha_1 = 1877 - 1 = 1876$

$\sigma(N^3) = 3\cdot 1876 + 1 = 5628 + 1 = 5629$

57-30-28-52 (138.5)

Черновик

$1+\sqrt{2}\sin x(\cos x-2\sin x)+\sqrt{2}\cos x\cdot 2\cos x+\sqrt{2}\cos x\sin x=2\cos^2(x+\frac{\pi}{8})$

$\sqrt{2}\sin x\cos x-2\sqrt{2}\sin^2 x+2\sqrt{2}\cos^2 x+\sqrt{2}\cos x\sin x=\cos(2x+\frac{\pi}{4})$

$\sqrt{2}\sin 2x+2\sqrt{2}\cos 2x=\cos(2x+\frac{\pi}{4})$

$\sqrt{2}\sin 2x+2\sqrt{2}\cos 2x=\frac{1}{\sqrt{2}}\cos 2x-\frac{1}{\sqrt{2}}\sin 2x$

$(\sqrt{2}+\frac{1}{\sqrt{2}})\sin 2x+(2\sqrt{2}-\frac{1}{\sqrt{2}})\cos 2x=0$

$\frac{3}{\sqrt{2}}(\sin 2x+\cos 2x)=0$

$\sqrt{2}\sin(2x+\frac{\pi}{4})=0$

$2x+\frac{\pi}{4}=\pi n$

$\boxed{x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi n}{2}}$

№3

$x^3-6x^2+7x-1=0$

$\lambda^3+ax^2+bx+c=0$

~~1 -6 7 -1~~

$x_1+x_2+x_3=6$

$x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=7$

$x_1x_2x_3=1$

$-a=2(x_1+x_2+x_3)$

$b=(x_1+x_2)(x_2+x_3)$ $x_2^2+x_1x_3+x_2(x_1+x_3)$

$(x_2+x_3)(x_1+x_3)=$

$=x_3^2+x_2x_1+x_2x_3+x_1x_3$

$+x_1^2+x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3$

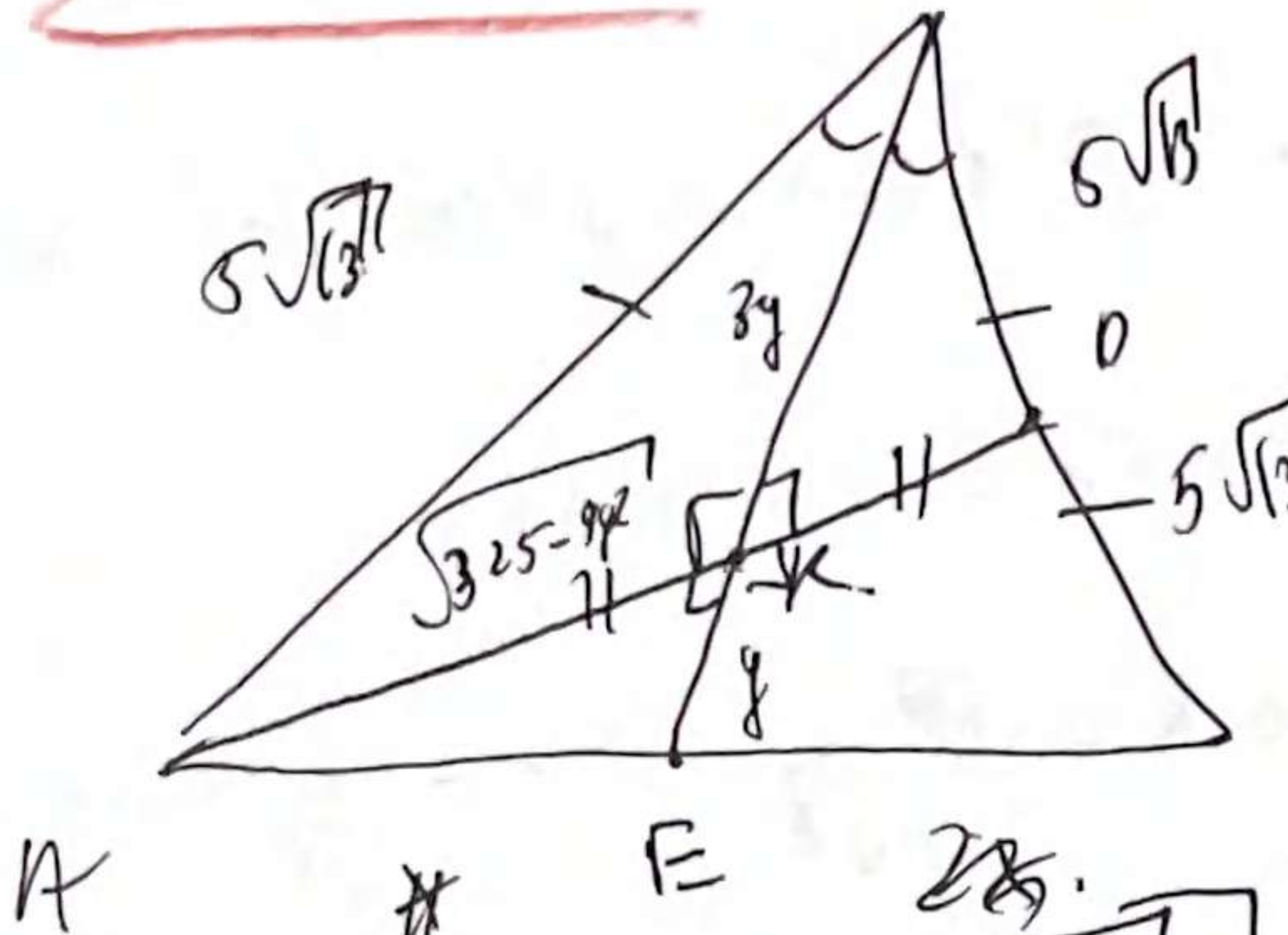
$-c=(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_3+x_1)$

$\cancel{(x_1+x_2+x_3)^3-x_1^3-x_2^3-x_3^3}$ 3

$-c=(x_1x_2+x_1x_3+x_2^2+x_2x_3)\cdot(x_3+x_1)=$

$=(x_1x_2x_3+x_1x_3^2+x_2^2x_3+x_2x_3^2+x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_1x_2^2+x_1x_2x_3)$

Черновик №4



$\cancel{9y^2 + (3\cdot\sqrt{325-9y^2})^2 =}$

$\cancel{= 9\cdot(325-8y^2)}$

$4y = 2\sqrt{325-9y^2}$

$16y^2 = 2\cdot 325 - 18y^2$

$34y^2 = 2\cdot 325$

$y^2 = \frac{325}{17}$

$\sqrt{325-8y^2}$ $\quad 2\cdot\sqrt{325-8y^2}$

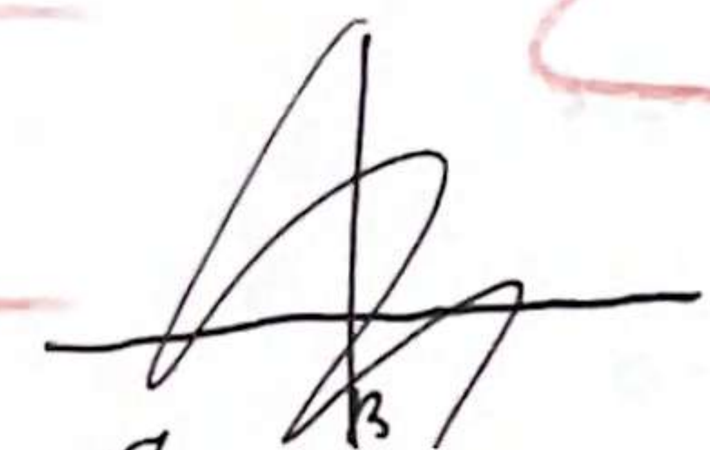
$3\cdot\sqrt{325-8}$

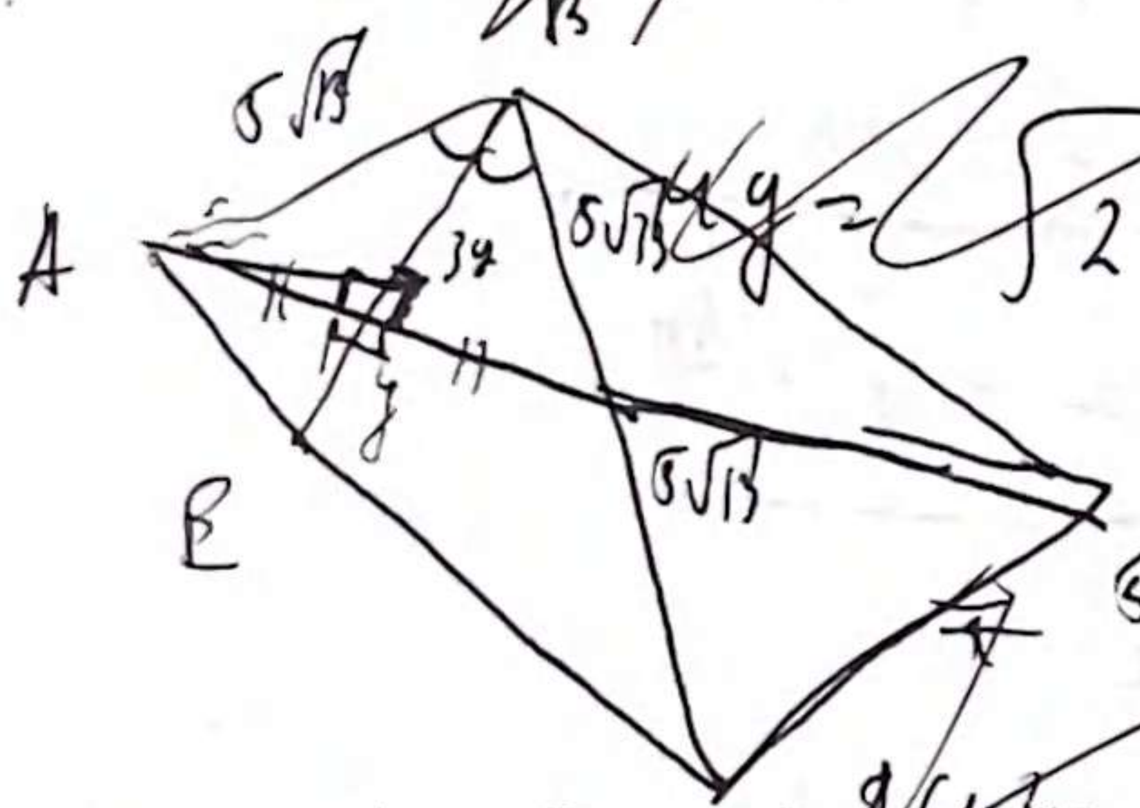
$\frac{BK}{BE} = \frac{BD}{DC}\cdot\left(\frac{CE}{AE}+1\right) =$

$3\cdot\sqrt{\frac{325\cdot 9}{17}} = 45\sqrt{\frac{13}{17}}$

$25\cdot 13 = \sqrt{325-9y^2}$

$P = \sqrt{\left(7{,}5\sqrt{13}+22{,}5\sqrt{\frac{13}{17}}\right)\left(7{,}5\sqrt{13}+22{,}5\sqrt{\frac{13}{17}}\right)}$





$\cancel{4y = \sqrt{2\cdot 25\cdot 13 - 2\cdot(325-8y^2)}} =$

$-\cos\frac{10\pi}{R}\cdot\frac{1}{R^2}$

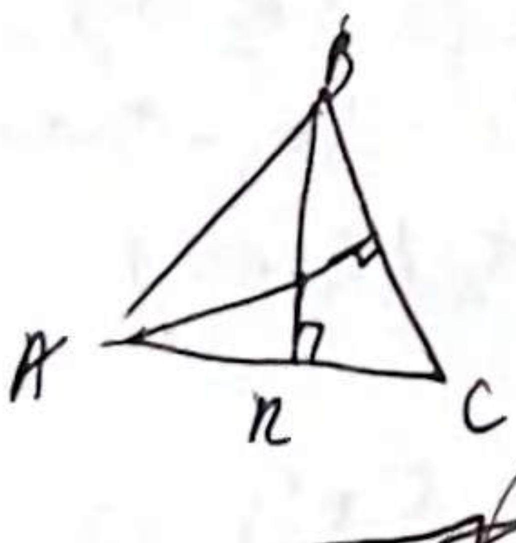
$-\cancel{2R\cdot\cos\frac{10\pi}{R}}$

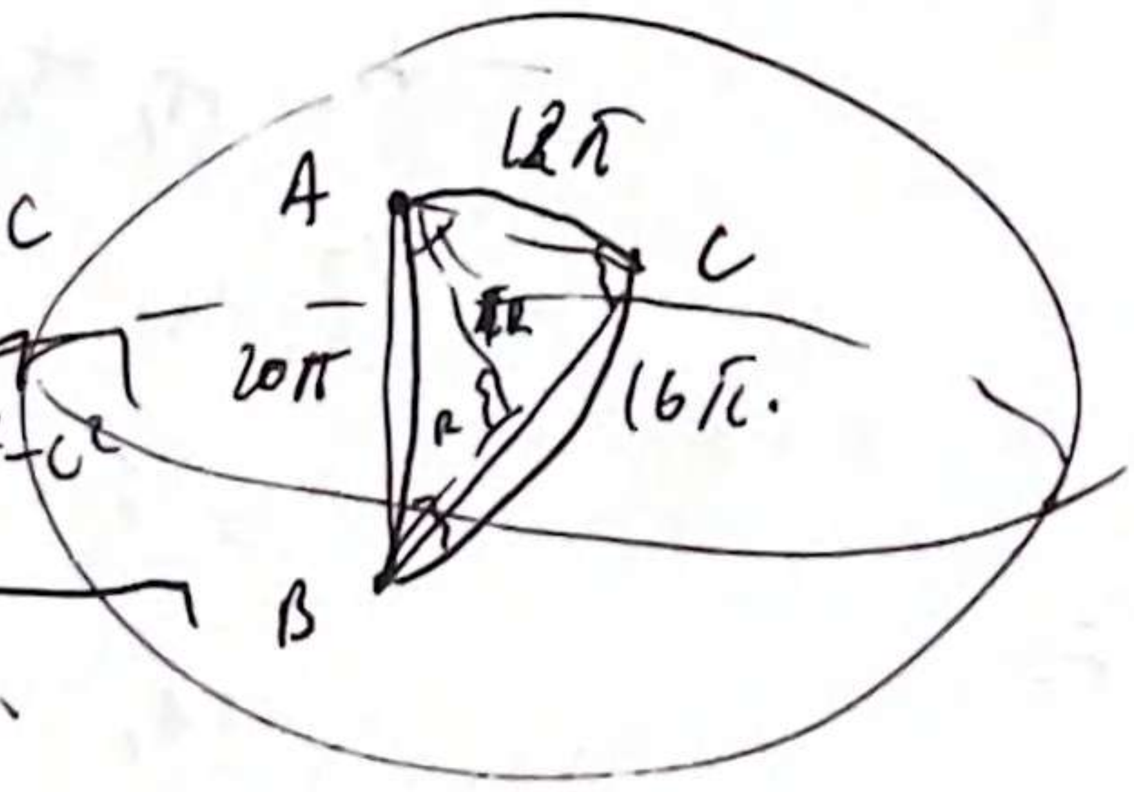
$\cancel{16y^2 = \sqrt{16y^2 - 325}}$ $\quad -2\cdot$

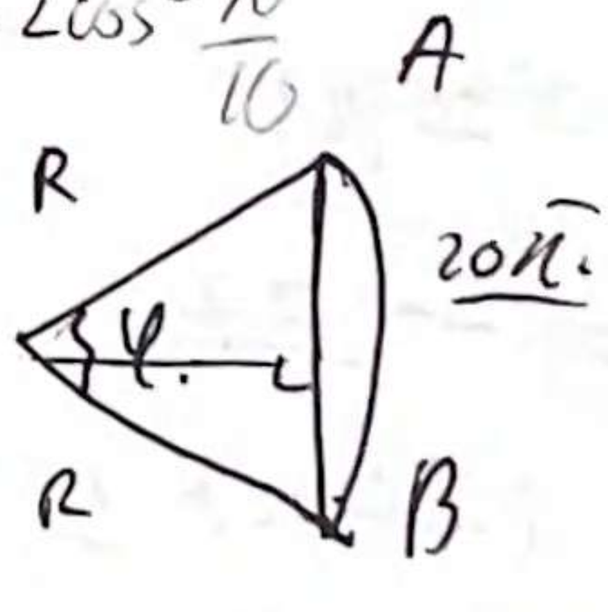
$m_a^2 = \frac{2AC^2+2AB^2-BC^2}{4} =$

$12\cdot\sin\frac{\pi}{2}\cdot 2\cos^2\frac{\pi}{10}$

$R = 16$







$BK = \frac{1}{2}\sqrt{2a^2+2b^2-c^2}$

$\frac{1}{2}\sqrt{3a^2}$

$a\frac{\sqrt{3}}{2}$

$20\pi = \varphi R$

$\varphi_1 = \frac{20\pi}{R}$

$\varphi_2 =$

$AB = 2\sin\frac{\varphi_1}{2}R$

$= \sin\left(\frac{6\pi}{R}+\frac{24\pi}{R}\right)\ \sin($

$\cancel{4\sqrt{\ }}$

$\cancel{4(325-9y^2) = 9\cdot(325-8y^2+}$

$AB+BC+AC = 2R\left(\sin\frac{10\pi}{R}+\sin\frac{6\pi}{R}+\sin\frac{8\pi}{R}\right)$

$2R\left(\sin\frac{8\pi}{R}\right)\left(\cos\frac{2\pi}{R}+1\right) = \quad 2\sin\frac{8\pi}{R}\cos\frac{2\pi}{R}$

$= 2R\sin\frac{8\pi}{R}\cdot 2\cos^2\frac{\pi}{R}$

Черновик

$(x_1+x_2+x_3)(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)=$

$= x_2^2x_2 + x_1x_2x_3 + x_1^2x_3.$

$\sqrt{(1{,}5\cdot\frac{5}{\sqrt{13}}+7{,}5\sqrt{5})(7{,}5\sqrt{5}-0{,}5\frac{5}{\sqrt{13}})}\cdot(7{,}5\sqrt{5}+0{,}5\frac{5}{\sqrt{13}})\cdot\sqrt{1{,}5\cdot\frac{5}{\sqrt{13}}-7{,}5\sqrt{5}}=$

$x, 2x.$

$=\left(\frac{9}{4}\cdot\frac{25\cdot13}{\cancel{13}}-\frac{225\cdot5}{4}\right)\left(\frac{225\cdot5}{4}-\frac{25\cdot13}{4}\right)=$

$=$

I сл на час позже вых. A, ост – авт.

$\frac{S}{x}=3+\frac{S}{2x}.$

$\left(\frac{25\cdot117-25\cdot\cancel{13}45}{4}\right)\left(\frac{25\cdot45-25\cdot13}{4}\right)=$

$3=\frac{S}{2x}.$

$=\frac{25\cdot72\cdot25\cdot32}{16}=$

$\frac{S}{x}=6.$

20:00

$=\left(\frac{25\cdot9\cdot\cancel{2}^{8}}{\cancel{2^4}}\right)^{2^4}=$

II сл на час позже выех A, ост – B

$=\sqrt{25\cdot9\cdot2^4}=$

$=2^2\cdot9\cdot5=60.$

$\frac{S}{x}+2=1+\frac{S}{2x}.$

$\frac{S}{2x}=-1$ – неуд

III сл на час позже выех. B, ост A.

$\frac{S}{x}+1=2+\frac{S}{2x}.$

$\frac{S}{2x}=1.$

$\frac{S}{x}=2.;$ время пути $=3$ ч

17:00.

IV сл на час позже. выех. B, ост B.

$\frac{S}{x}+3=\frac{S}{2x}$

$\frac{S}{2x}=-3$ неуд

Черновик

$1 = p_1 < p_2 < \dots < p_k = N$

$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877} \geq N^3$

$k \geq 1877$

$p_{i+1} \cdot p_{k-i} = N$

$2 \cdot 3 \cdot 313$

$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{k-2} \cdot p_{k-3} \leq p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1876} \cdot p_{1877}$

$p_{1876} \cdot p_{1877} \geq p_{k-2} \cdot p_{k-3}$

2 послед-дел одного и того же числа

$k =$

$2 \cdot 3 \cdot 313$

$1877 \geq k-2$ $\quad p \cdot p_2^2 \cdot p_3^{312}$ $\quad \boxed{4 \cdot 7 \cdot 937}$

$k \leq 1879$ $\quad p^3 p_2^6 \cdot p_3^{936}$

$N = p_1^{\alpha_1} \dots p_n^{\alpha_n}$

$k = (\alpha_1+1)(\alpha_2+1) \dots (\alpha_n+1) \leq 1879$

$N^3 = p_1^{3\alpha_1} \dots p_n^{3\alpha_n}$

$\sigma(N) < 3k$

$(3\alpha_1+1)(3\alpha_2+1) \dots (3\alpha_n+1) \leq 1879 \cdot 3 - 2$

$1878 \cdot 3 = 5634$

$N = 2^{1878}$ $\quad p_{1879} = 2^{1878}$

$5634+1 = 5635$. $N^3 = 2^{\dots}$

$\frac{1879}{}$

$3 \cdot 1879 - 2 = p_3 = 2^{1873} \cdot 2^{1877} \cdot 2^{1876} =$

$=$

$= (2^{1879})^2$

$3\alpha_1 + 1$

$k=$

$43 \cdot 4 = 172$

$1879 : 7$, $1879 : 41$, $1879 : 13$, $1879 : 19$, $1879 : 23$, $1879 : 43$, $1879 : 37$, $1879 : 31$, $1879 : 17$, $1879 : 29$

$\boxed{\text{Чистовик №10}}$

№5 (продолж.)

$$P' = \left(4\cdot \sin\frac{8\pi}{R} + 4R\cdot\left(\cos\frac{8\pi}{R}\cdot\frac{8\pi}{R^2}\right)\right)\cdot\cos\frac{2\pi}{R} + \sin\frac{2\pi}{R}\cdot\frac{2\pi}{R^2}\cdot\left(4R\cdot\sin\frac{8\pi}{R}\right) +$$

$$+2\sin\frac{8\pi}{R} - 2R\cdot\cos\frac{8\pi}{R}\cdot\frac{8\pi}{R^2} =$$

$$= 4\sin\frac{8\pi}{R}\cdot\cos\frac{2\pi}{R} + \frac{32\pi}{R}\cdot\cos\frac{2\pi}{R}\cdot\cos\frac{8\pi}{R} + \frac{8\pi}{R}\cdot\sin\frac{2\pi}{R}\cdot\sin\frac{8\pi}{R} + 2\sin\frac{8\pi}{R} - \frac{16\pi}{R}\cdot\cos\frac{8\pi}{R} =$$

~~Заметим, что если мы~~ $R\to\infty$, то

$$\sin\frac{16\pi}{R} + \sin\frac{8\pi}{R} + \sin\frac{6\pi}{R} \to 0$$

min p при $R=32$?

$$p = 4\cdot 32\cdot\sin\frac{\pi}{4}\cdot\cos\frac{\pi}{16} + 2\cdot 32\cdot\sin\frac{\pi}{4} = \underline{64\sqrt{2}\cdot\cos\frac{\pi}{16} + 32\sqrt{2}}$$

Ответ $p_{min} = 64\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{16} + 32\sqrt{2}$