0 164965 060001

16-49-65-06
(124.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант С-2

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы горы!
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Бивановой Радиона Дмитриевна
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
16-49-65-06	90	20	20	10	20	0	20		

16-49-65-06 (124.1)

черновик

$1-\sqrt{2}\cos x(\sin x+2\cos x)+\sqrt{2}\sin x\cdot(2\sin x-\cos x)=2\sin^2(x+\frac{\pi}{8})$

$\sin^2 a=\frac{1-\cos 2a}{2}$.

$1-\sqrt{2}\cdot\sin x\cdot\cos x-2\sqrt{2}\cdot\cos^2 x+2\sqrt{2}\sin^2 x-\sqrt{2}\cdot\sin x\cdot\cos x=2\sin^2(x+\frac{\pi}{8})$

$1-\sqrt{2}\cdot(2\sin x\cdot\cos x)-2\sqrt{2}(\underbrace{\cos^2 x-\sin^2 x}_{=\cos 2x})=2\sin^2(x+\frac{\pi}{8})$

$1-\sqrt{2}\cdot\sin 2x-2\sqrt{2}\cdot\cos 2x=2\sin^2(x+\frac{\pi}{8})$. !

$x+\frac{\pi}{8}=t$. $x=t-\frac{\pi}{8}$ $\boxed{2x=2t-\frac{\pi}{4}}$!

$1-\sqrt{2}\cdot(\sin(2t-\frac{\pi}{4}))-2\sqrt{2}\cdot\cos(2t-\frac{\pi}{4})=2\sin^2 t$.

$\sin(2t-\frac{\pi}{4})=\sin 2t\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\cos 2t\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\cos(2t-\frac{\pi}{4})=\cos 2t\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+\sin 2t\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin^2 t+\cos^2 t=1$
$\sin^2 t=1-\cos^2 t$
$2\sin^2 t=2-2\cos^2 t$

$1-\sin 2t+\cos 2t-2\cos 2t-2\sin 2t=2\sin^2 t$.

$1-3\sin 2t-\cos 2t=2\sin^2 t.$ $=\cancel{2-2\cos^2 t}$.

$\sin^2 t=\frac{1-\cos 2t}{2}$

$\cancel{1}-3\sin 2t-\cancel{\cos 2t}=\cancel{1}-\cancel{\cos 2t}$.

$\boxed{-3\sin 2t=0}$ $\Rightarrow \sin 2t=0 \Rightarrow$ $2t=\pi n$ $n\in Z$.
$t=\frac{\pi n}{2}$ $n\in Z$.

$x+\frac{\pi}{8}=t=\frac{\pi n}{2}$. $\boxed{x=\frac{\pi n}{2}-\frac{\pi}{8}\ n\in Z}$ — ответ.

$y=x^3+6x^2+7x+1=0$. $x_1;x_2;x_3$ — корни. $a;b;c$.

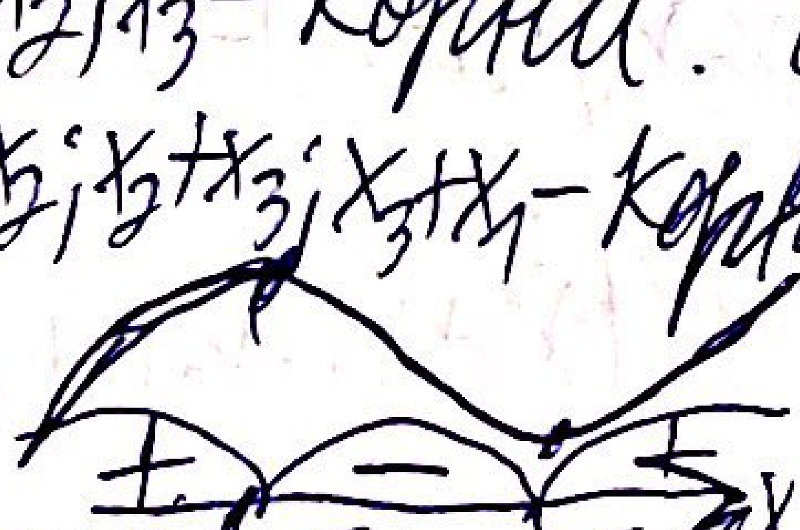
$x^3+ax^2+bx+c=0$ $x_1+x_2;x_2+x_3;x_3+x_1$ — корни.

$\begin{cases}(x_1+x_2)+(x_2+x_3)+(x_3+x_1)=-a\\(x_1+x_2)\cdot(x_2+x_3)+\ldots=b\\(x_1+x_2)\cdot(x_2+x_3)\cdot(x_3+x_1)=-c\end{cases}$

$y'=3x^2+12x+7=0$

$k=6$

$D_1=36-3\cdot 7=36-21=15$



$x_1=\frac{-6+\sqrt{15}}{3}$ $x_2=\frac{-6-\sqrt{15}}{3}$

$2x_1+2x_2+2x_3=2(x_1+x_2+x_3)=-12$

т. Виета:

$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=-6\\x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=7.\\x_1x_2x_3=-1\end{cases}$

$(x_1+x_2)\cdot(x_2+x_3)\cdot(x_1+x_3)=-c$.

$=(x_1x_2+x_1x_3+x_2^2+x_2x_3)\cdot(x_1+x_3)$ $\boxed{a=12}$

$=(7+x_2^2)\cdot(x_1+x_3)=7x_1+7x_3+x_1x_2^2+x_3x_2^2+x_2x_3$

$x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_1x_2^2+x_1x_2x_3+x_1x_2x_3+x_1x_3^2+x_2^2x_3+x_2x_3^2=(x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_2^2x_1+x_2^2x_3+x_3^2x_1+x_3^2x_2)$

черновик

$(x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_2^2x_1+x_2^2x_3+x_3^2x_1+x_3^2x_2)+2x_1x_2x_3$

$$\begin{cases}\boxed{\begin{array}{l}x_1+x_2+x_3=-6\\ x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=7\end{array}}\\ x_1x_2x_3=-1\end{cases}$$

$(x_1^2x_2+x_1x_2x_3+x_1^2x_3)+(x_2^2x_1+x_2^2x_3+x_1x_2x_3)+$
$+(x_3^2x_1+x_3^2x_2+x_1x_2x_3)=-42.$

$(x_1^2x_2+x_1^2x_3+x_2^2x_1+x_2^2x_3+x_3^2x_1+x_3^2x_2)+3x_1x_2x_3=$
$=-42.$

$t-3=-42$ $\quad t=-45$ $\quad \boxed{\cancel{c=47}}$

$-45-2=-47=b$ $\quad \boxed{b=-47}$

$(x_1+x_2)\cdot(x_2+x_3)+(x_1+x_2)\cdot(x_1+x_3)+(x_2+x_3)\cdot(x_1+x_3)=b.$

$(-6-x_3)\cdot(-6-x_1).$

$(6+x_3)\cdot(6+x_1)=36+6x_1+6x_3+x_1x_3.$ $\quad 36\cdot3+12(x_1+x_2+x_3)+x_1x_2+$[illegible]

$(6+x_3)\cdot(6+x_2)=36+6x_2+6x_3+x_2x_3$ $\quad +\ 36\cdot3-12\cdot6+7=b.$

$(6+x_1)\cdot(6+x_2)=36+6x_1+6x_2+x_1x_2$

$36\cdot3=(30+6)\cdot3=180+18=198.$ $\quad (10+2)\cdot6=60+12=72.$

$-\begin{array}{r}198\\72\\\hline126\end{array}$

т. косинусов.

$4y^2+\frac{9y^2\cdot5}{4}-2\cdot\frac{2}{\sqrt5}\cdot 2y\cdot\frac{3y\sqrt5}{2}=26$

$4y^2+\frac{45y^2}{4}-12y^2=26$

$16y^2+45y^2-48y^2$

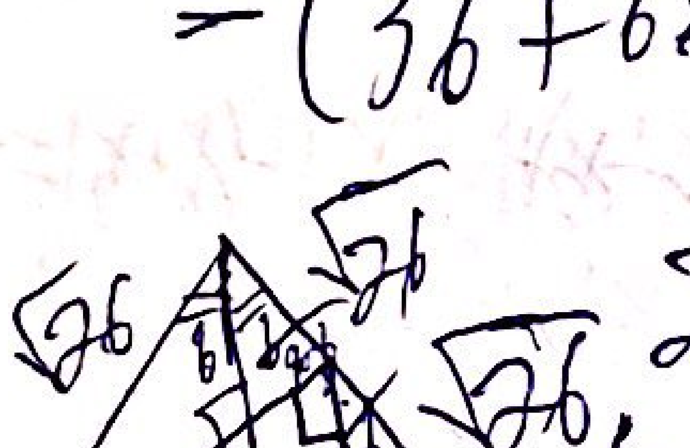
$\frac{13y^2}{4}=26$ $\quad y^2=8$

$y^2=24.$

$(-6-x_3)\cdot(-6-x_2)\cdot(-6-x_1)=-c.$

$-(6+x_3)\cdot(6+x_2)\cdot(6+x_1)$

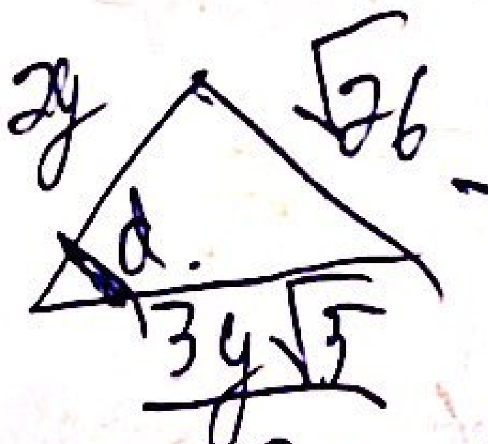
$-(36+6x_2+6x_3+x_2x_3)\cdot(6+x_1)=-(216+36x_2+36x_3+6x_2x_3+$
$+36x_1+6x_1x_2+6x_1x_3+x_1x_2x_3)$

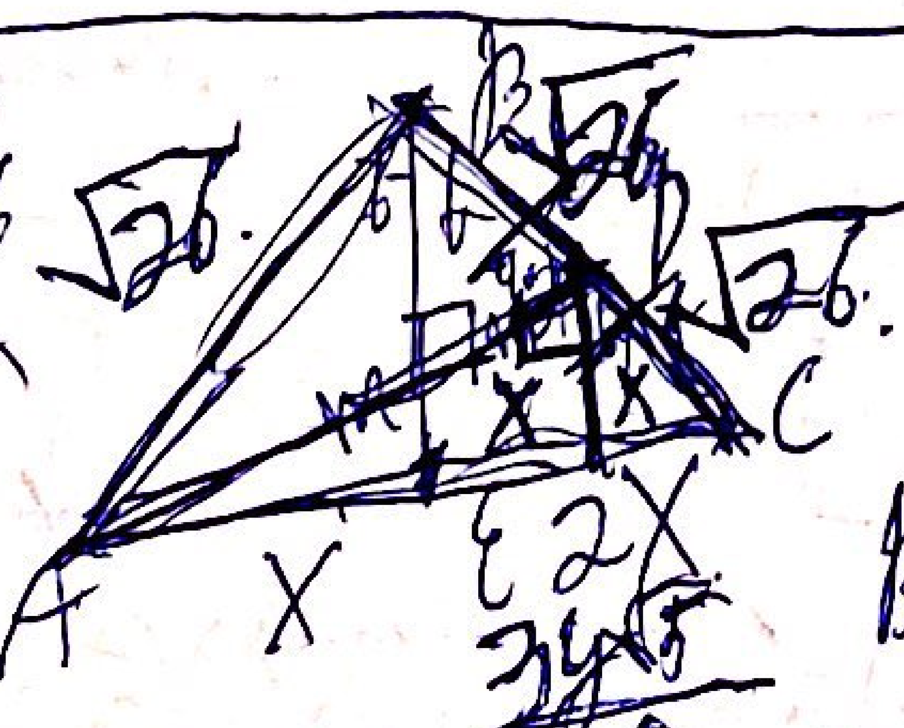


$216+36(x_1+x_2+x_3)+6(x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3)-1.$

-6

$6\cdot7=42.$ $\quad 47.$



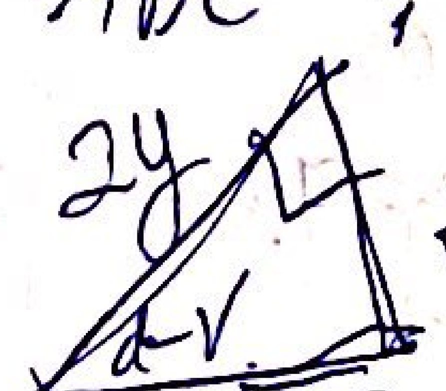


$BE=AD$

$AB=\sqrt{26}.$

$BC=2\sqrt{26}.$

$S_{ABC}-?$



$\cos\alpha=\frac{2}{\sqrt5}.$

$2x=9\sqrt5$

$x=\frac{9\sqrt5}{2}$

$\boxed{3x=\frac{3y\sqrt5}{2}}$

чистовик.

№1.

$1-\sqrt{2}\cos x\cdot(\sin x+2\cos x)+\sqrt{2}\sin x(2\sin x-\cos x)=2\sin^2(x+\frac{\pi}{8})$

$1-\sqrt{2}\cdot\sin x\cdot\cos x-2\sqrt{2}\cdot\cos^2 x+2\sqrt{2}\cdot\sin^2 x-\sqrt{2}\sin x\cdot\cos x=2\sin^2(x+\frac{\pi}{8})$

$1-\sqrt{2}\sin 2x-2\sqrt{2}\cos 2x=2\sin^2(x+\frac{\pi}{8})$.

$t=x+\frac{\pi}{8}$ $x=t-\frac{\pi}{8}$. $2x=2t-\frac{\pi}{4}$.

$1-\sin 2t+\cos 2t-2\cos 2t-2\sin 2t=2\sin^2 t$.

$1-3\sin 2t-\cos 2t=1-\cos 2t \Rightarrow -3\sin 2t=0$

$\sin 2t=0 \Rightarrow 2t=\pi n$ $n\in Z$ $t=\frac{\pi n}{2}$ $n\in Z$

$x=t-\frac{\pi}{8}=\frac{\pi n}{2}-\frac{\pi}{8}$ $n\in Z$. Ответ: $x=\frac{\pi n}{2}-\frac{\pi}{8}$ $n\in Z$

№3.

$x^3+6x^2+7x+1=0$. $x_1;x_2;x_3$ — корни.

$x^3+ax^2+bx+c=0$. $x_1+x_2; x_1+x_3; x_2+x_3$ — корни

По т. Виета:

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-6. \\ x_1x_2+x_2x_3+x_1x_3=7 \\ x_1x_2x_3=-1. \end{cases}$$

По т. Виета:

$$\begin{cases} (x_1+x_2)+(x_1+x_3)+(x_2+x_3)=-a. \\ (x_1+x_2)\cdot(x_1+x_3)+(x_1+x_2)\cdot(x_2+x_3)+(x_1+x_3)\cdot(x_2+x_3)=b. \\ (x_1+x_2)\cdot(x_1+x_3)\cdot(x_2+x_3)=-c. \end{cases}$$

$2(x_1+x_2+x_3)=-a \Rightarrow -12=-a \Rightarrow \boxed{a=12.}$

$x_1+x_2=-6-x_3$; $x_1+x_3=-6-x_2$; $x_2+x_3=-6-x_1$.

$(6+x_3)\cdot(6+x_2)+(6+x_3)\cdot(6+x_1)+(6+x_1)\cdot(6+x_2)=b$.

$36\cdot3+12(x_1+x_2+x_3)+x_2x_3+x_1x_3+x_1x_2=b$

$36\cdot3-12\cdot6+7=b$.

$198-72+7=126+7=126+4+3=130+3=133=b$.

$\boxed{b=133}$

$(-6-x_3)\cdot(-6-x_2)\cdot(-6-x_1)=-c \Rightarrow (6+x_3)\cdot(6+x_2)\cdot(6+x_1)=c$.

$(36+6x_2+6x_3+x_2x_3)\cdot(6+x_1)=c$. $(216+36x_2+36x_3+6x_2x_3)+$

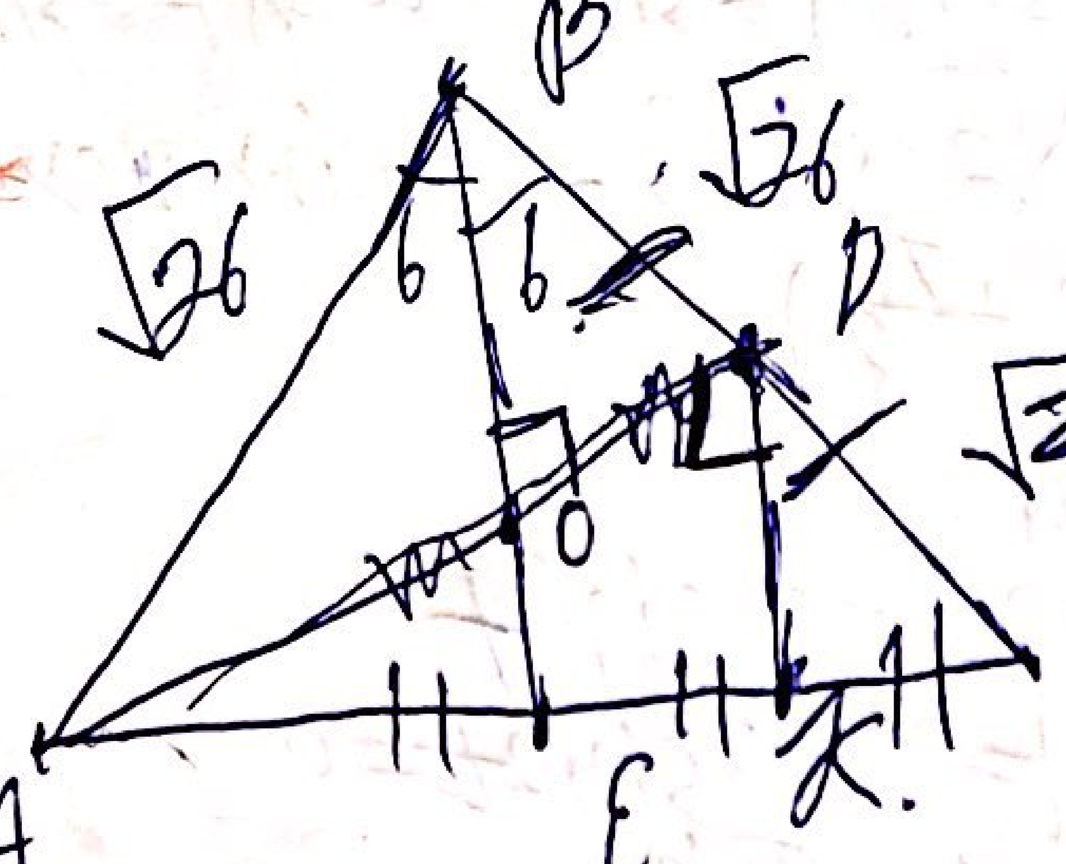
$+(36x_1+6x_1x_2+6x_1x_3+x_1x_2x_3)=216+36(x_1+x_2+x_3)+6(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)+$

$+x_1x_2x_3=216-216+42-1=41=c$.

$\boxed{c=41}$. Ответ: $a=12; b=133; c=41$.

Листовик

№4



Пусть BE и AD перес. в точке O. $\triangle ABD$ – равноб. (BO – бисс. и ~~выс~~), $AB=BD=\sqrt{26}$. $BC=2BD=2\sqrt{26}$. Через точку D проведём прямую $\parallel BE$. Пусть

Эта прямая пересекает AC в точке K.

$\angle ADK=90^\circ$ (BE и $DK \parallel$ и $AD \perp BE$). $DK=\frac{BE}{2}$

(D – сер. BC и $DK \parallel BE \Rightarrow DK$ – ср. линия). $AE=EK=KC$.

$AE=EK$. (OE – ср. линия $\triangle ADK$). $EK=KC$ (DK – ср. линия $\triangle BEC$)

Пусть $DK=y$. Тогда $AD=BE=2y$. По т. Пифагора для $\triangle ADK$: $AK^2=5y^2$ $AK=y\sqrt{5}$. $AK=\frac{2}{3}AC$.

$AC=\frac{3y\sqrt{5}}{2}$, $\cos\angle DAK=\frac{AD}{AK}=\frac{2}{\sqrt{5}}$; $\sin\angle DAK=\frac{DK}{AK}=\frac{1}{\sqrt{5}}$.

По т. косинусов для $\triangle ADC$:

$$26=4y^2+\frac{45y^2}{4}-2\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}\cdot 2y\cdot\frac{3y\sqrt{5}}{2}=\frac{16y^2+45y^2}{4}-12y^2=$$

$$=\frac{16y^2-3y^2}{4}=\frac{13y^2}{4}=26. \quad 13y^2=26\cdot 4 \quad y^2=8 \quad y=2\sqrt{2}$$

$$S_{ADC}=\frac{AD\cdot AC\cdot \sin\angle DAC}{2}=\frac{2y\cdot\frac{3y\sqrt{5}}{2}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}}{2}=\frac{3y^2}{2}=\frac{24}{2}$$

$=12$. $S_{ABC}=2S_{ADC}$ (AD – медиана) $=24$.

Ответ: $S_{ABC}=24$.

16-49-65-06 (124.1)

всего 4 случая черновик.

v $t_н$ S.

одновременно.

A B.

I М. $2X$ в 13:00. сделал ост. на 2 часа.

В. ~~X~~ в 12:00

t в пути.

$(X+2X)+Xt=2Xt$.

$3X+Xt=2Xt$. $Xt=3X$ $t=3$

$3+3=6$. $12+6=18$

v $t_н$ S

II М $2X$ в 13:00

В. X в 12:00. сделал остановку на 2 часа

$X+Xt$ $x+Xt=2x+2xt$

$2X$. $+2Xt$ ~~2~~$+xt=0$ ~~2t=0~~ $\varnothing$.

v t S.

III М $2X$ в 12:00. сделал остановку на 2 часа.

В X в 13:00.

М $2X+2Xt$. $Xt=0$. $\varnothing$.

В $2X+Xt$

IV v t S.

М $2X$ в 12:00.

В X. в 13:00. сделал остановку на 2 часа.

$6X+2Xt=Xt$. $\varnothing$

Чистовик №2. Пусть $v_Б = x$, тогда $v_М = 2x$.

I. | | v | $t_{начало}$ | остановка |
|---|---|---|---|
| М | $2x$ | в 13:00 | делал остановку на 2 часа. |
| В | x | в 12:00. | |

$x + x \cdot 2$ – путь который проехал В с 12:00 до 13:00 и путь который он проехал за 2 часа (ост. у М)

Пусть t – оставшееся время, ~~тогда~~

Тогда $3x + xt = 2xt \Rightarrow xt = 3x \Rightarrow t = 3$ часа

Тогда в „В" они прибыли в $12{:}00 + \underline{3ч} + 3ч = \underline{18{:}00}$.

II. | | v | $t_{нач.}$ | остановка. |
|---|---|---|---|
| М | $2x$ | в 13:00 | |
| В. | x | в 12:00. | 2 часа. |

В: x – с 12:00 до 13:00 $\qquad x + xt = 4x + 2xt$.

М: $2x \cdot 2$ – 2 часа ост. у В. $\qquad 3x + xt = 0$. $t + 3 = 0$ $\cancel{0}$. ($t > 0$ – чан)

III. | | v | $t_{нач}$ | остановка. |
|---|---|---|---|
| М | $2x$ | в 12:00. | 2 часа. |
| В. | x | в 13:00 | |

В: $x \cdot 2$. – 2 часа ост. у М. $\qquad 2x + xt = 2x + 2xt$.

М: $2x \cdot 1$. – с 12:00 до 13:00. $\qquad xt = 0 \Rightarrow t = 0$,

Тогда. $12{:}00 + 1 + 2 = \underline{15{:}00}$ (1 час + 2 часа остановка)

IV. | | v | $t_{нач.}$ | остановка. |
|---|---|---|---|
| ~~В~~ М: | $2x$. | в 12:00 | |
| В: | x | в 13:00 | 2 часа. |

В:

М: $2x + 2x \cdot 2$ (с 12:00 до 13:00 и 2 часа ост. у В). $\qquad 6x + 2xt = xt$. $\quad 6 + \cancel{xt} = 0$ $\cancel{0}$,

Ответ: 18:00 или 15:00.

черновик.

$Q(N^3) =$

$N = a_1^{b_1} \cdot a_2^{b_2} \cdot \ldots \cdot a_n^{b_n}$ a_1 - простое число. $N^3 = a_1^{3b_1} \cdot \ldots \cdot a_n^{3b_n}$

тогда $(b_1+1) \cdot (b_2+1) \cdot \ldots \cdot (b_n+1) = Q(N)$. $(3b_1+1) \cdot \ldots \cdot (3b_n+1)$

$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1696} \cdot p_{1697} \geq N^2$; $p_{k-2} \cdot p_{k-3}$. max p_k.

$p_1 \cdot p_k = N$ $p_3 \cdot p_{k-2} = N$ $S = k+1$ $p_{1696} \cdot p_{1697} \geq p_{k-2} \cdot p_{k-3}$

$p_2 \cdot p_{k-1} = N$. $p_4 \cdot p_{k-3} = N$.

$k = \cancel{1700}$ $k = 1699$ - ✓. $k = 1698$ - ✓. $k = 1697$ - ✓.

I $k = 1699$, тогда всего $\cancel{1699}$ делителей

$(b_1+1) \cdot (b_2+1) \cdot \ldots \cdot (b_n+1) = 1699$.

$(b_1+1) = 1699$ $b_1 = 1698$ $N = a_1^{1698}$. $N^3 = a_1^{3 \cdot 1698}$

$Q(N^3) = 3 \cdot 1698 + 1$.

$1699 : 41$ $\cancel{13}$ $1699 : 7$, 14, 24, 29, 28, 19 X

$\cancel{2}; \cancel{3}; \cancel{5}; \cancel{7}; \cancel{11}; \cancel{13}$; 17; 19. $\cancel{1699}$

$1699 : 17$, 153, 9, 169 X

$9 \cdot (10+7) = 90 + 63 = 153$.

$1699 : 19$, 152, 8, 179. X

$(10+9) \cdot 9 = 90 + 81 = 171 - 10 = 161 - 9 =$
$= 160 - 8 = 152$

$1699 : 23$, 138, 7

$41^2 = 1681$.

$162 + 9 =$
$= 171$.

$1699 : 23$, 161, 7, 89 X

$1699 : 29$, 145, 5, 249. X

29

$(20+9) \cdot 6 = 120 + 54 =$
$= 174$

$1699 : 31$, 155, 5, 149. X

$1699 : 31$

$290 - \cancel{21} = 2\cancel{7}0 - 1 =$
$= 269$

$283 : 13$, 26, 2, 23

$(30+7) \cdot 4 = 120 + 28 = 148$.

$1698 : 6$, 12, $\boxed{283}$, 49, 48, 18, 18, 0.

$1699 : \cancel{37}$, 148, 4, 219, 184, 34 X.

1699 - простое.

$(20+9) \cdot 8 = 160 + 72 = 160 + 40 + 32 =$
$= 200 + 32 = 232$.

чистовик N 6.

т.к. $1=p_1<p_2<\ldots<p_k=N$, то $p_i \cdot p_{(k-i+1)}=N$.

$p_3 \cdot p_4 \cdot p_{1696} \cdot p_{1697} \geq N^2$ $/ \cdot p_{\cancel{k+2}} \cdot p_{k-3}>0$

$N \cdot N \cdot p_{1696} \cdot p_{1697} \geq N^2 \cdot p_{(k-2)} \cdot p_{(k-3)}$ $/ : N^2>0$

$\underline{p_{1696} \cdot p_{1697} \geq p_{(k-2)} \cdot p_{(k-3)}}$. Если $k \geq 1700$, то $k-2 \geq 1698$; $k-3 \geq 1697$.

тогда правая часть больше левой.

1) $k=1699$ $p_{1696} \cdot p_{1697} \geq p_{1697} \cdot p_{1696}$ — V.

2) $k=1698$ $p_{1696} \cdot p_{1697} \geq p_{1696} \cdot p_{1695}$ — V.

3) $k=1697$ $p_{1696} \cdot p_{1697} \geq p_{1695} \cdot p_{1694}$ — V.

т.к. у числа N есть p_{1697}, то $k \geq 1697$.

то есть возможны только три случая (выше).

I $k=1699$, то есть всего 1699 нат дел у числа N.

Пусть $N=a_1^{b_1} \cdot a_2^{b_2} \cdot \ldots \cdot a_n^{b_n}$, где a_i — простое число,

Тогда $\sigma(N)=(b_1+1) \cdot (b_2+1) \cdot \ldots \cdot (b_n+1)=1699$ ($\sigma(N)=(b_1+1) \cdot (b_2+1) \cdot \ldots \cdot (b_n+1)$ — общ изв факт). Разложим число 1699 на простые множители.

$1699 \not\vdots 2$; $\not\vdots 3$; $\not\vdots 5$; $\not\vdots 11$ (по приз дел)

$1699 : 7$: $1699 - 14 = 29$, $29 - 28 = 19$; частное 24, остаток. X. $\not\vdots 7$.

$1699 : 13$: $169 - 13 = 39$, $39 - 39 = 09$; частное 13. $\not\vdots 13$.

$1699 : 17$: $169 - 153$; частное 9, 169. $\not\vdots 17$.

$1699 : 19$: $169 - 152$, $179 - 171 = 8$; частное 89. $\not\vdots 19$.

$1699 : 23$: $169 - 161$, $89 - 69 = 20$; частное 73. $\not\vdots 23$.

Продолжение на след стр.

Чистовик №6 (продолжение).

$1699 : 29 = 58$, 145, 249, 232, 17 — $\not\vdots\, 29$.

$1699 : 31 = 5$, 155, 149 — $\not\vdots\, 31$.

$1699 : 37 = 45$, 148, 219, 185, 34 — $\not\vdots\, 37$.

$1681 = 41^2$, поэтому $1699 \not\vdots\, 41$. Значит 1699 – простое.

$1681 + 41 = 1700$. (перебрали до $\sqrt{1699}$).

Значит $b_1 + 1 = 1699 \Rightarrow b_1 = 1698$.

$N = a_1^{1698}$ $N^3 = a_1^{3 \cdot 1698}$ $\sigma(N^3) = \underline{(3 \cdot 1698 + 1)}$.

II $K = 1698$ $1698 = 6 \cdot 283$. $283 \not\vdots\, 2; 3; 5; 11$ (по призн дел)

$280 + 3 \not\vdots\, 7$ $(280 : 7; 3 \not\vdots\, 7)$ $283 : 13 = 2$, 26, 23 — $\not\vdots\, 13$. 283 – простое.

$\sigma(N) = (b_1+1) \cdot \ldots \cdot (b_n+1) = 2 \cdot 3 \cdot 283$

1) $b_1 = 1$; $b_2 = 2$; $b_3 = 282$. $N^3 = a_1^3 \cdot a_2^6 \cdot a_3^{282 \cdot 3}$ $\boxed{\sigma(N^3) = 4 \cdot 7 \cdot (282 \cdot 3 + 1)}$

2) $b_1 = 5$; $b_2 = 282$ $N^3 = a_1^{15} \cdot a_2^{282 \cdot 3}$ $\sigma(N^3) = 16 \cdot (282 \cdot 3 + 1)$.

3) $b_1 = 2 \cdot 283 - 1$; $b_2 = 2$. $\sigma(N^3) = (2 \cdot 283 \cdot 3 - 3 + 1) \cdot (7)$.

4) $b_1 = 3 \cdot 283 - 1$; $b_2 = 1$ $\sigma(N^3) = (9 \cdot 283 - 3 + 1) \cdot 4$.

5) $b_1 = 2 \cdot 3 \cdot 283 - 1$ $\sigma(N^3) = (2 \cdot 3 \cdot 283 \cdot 3 - 3 + 1)$

III $K = 1697$. $(b_1+1) \cdot \ldots \cdot (b_n+1) = 1697$.

По аналогии с I получаем, что 1697 – простое.

Тогда $b_1 + 1 = 1697$, $b_1 = 1696$. $\sigma(N^3) = \underline{1696 \cdot 3 + 1}$.

$N = a_1^{1696}$ $N^3 = a_1^{1696 \cdot 3}$.

Ответ: $\sigma(N^3) = (3 \cdot 1698 + 1)$; $(4 \cdot 7 \cdot 282 \cdot 3 + 1)$; $(16 \cdot (282 \cdot 3 + 1))$; $(7 \cdot (2 \cdot 283 \cdot 3 - 3 + 1))$; $(4 \cdot (9 \cdot 283 - 3 + 1))$; $(2 \cdot 3 \cdot 283 \cdot 3 - 3 + 1)$; $(1696 \cdot 3 + 1)$.

Черновик.

1697 ⋮ 2; 3; 5; 11. 1697 | 13

1690 ⋮ 7 1697 ⋮ 17. 1700 X.

1697 | 19
152 | 89
177
171
6

⋮ 19.

1697 | 23
161 | 73
87
69
18

⋮ 23.

1697 | 29
145 | 58
247
232
15

1697 | 31
155 | 5
147

⋮ 31.

1697 | 37
148 | 45
217
185
32

185
+32
217

32 ⋮ 37