0 820136 090009

82-01-36-09
(117.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ____________

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников ПВГ
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Урусова Германа Викторовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	~~7~~	~~8~~
82-01-36-09	91	21	–	21	21	7	21	X	X

91 (девяносто один)

Бевы

Черновик

1 П
5 О
1 К
3 Р
1 И
~~2 В~~
1 б
1 b
1 e
~~2 Ы~~
1 F

1 1 1 1 1 1 1 2 2 3 3

1 1 1 1 1 1 1 2 2 3 2

~~1 1 1 1 1 1 1 2 2 1 2~~

1 1 1 1 1 1 1 2 2 3 1

$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} +$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} + \frac{1}{56} + \frac{1}{90}$

30 5 12

$\frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} = \frac{30+5+2}{60} = \frac{37}{60}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{12} + \frac{1}{30} = \frac{360+60+24}{720} =$

$= \frac{444}{360}$

$\begin{array}{r} 601 \\ -\,370 \\ \hline 231 \end{array}$

37 10

чистовик №6

Ответ: Выиграет Алиса

Посчитаем кол-во каждой буквы:

П - 1
О - 5
К - 1
Р - 3
И - 1
В - 2
Б - 1
Ь - 1
Ы - 2
Г - 1

Изменим условие задачи:

У Бори и Алисы 10 кучек с камнями: 1, 5, 1, 3, 1, 2, 1, 1, 2, 1 камней в кучках. ~~Кажд~~ Они по-очереди выкидывают из любой кучки n камней ($n>0$). Проигрывает тот кто не может сделать хода.

Стратегия Алисы:

Первым ходом она выкидывает 3 камня из кучки с 5 камнями.

1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 3

82-01-36-09
(117.1)

Чистовик б2 №6 Продолжение

Зада Алисы сделать так, чтобы кучек каждого вида было чёт число (вид кучки - кол-во камней в ней)
Если она этого добьется после её хода, то она сможет копировать ходы Бори ⇒ выиграет.

~~Если~~ I ход Бори:

1) Из кучки с 3 камнями убирает 1 камень, то Алиса убирает из кучки с 1 камнем 1 камень
Получается 6 кучек с 1 камнем и 4 с 2 камнями. ⇒ Она выиграет

2) Из кучки с 3 камнями убирает 2 камня ⇒ ~~Алиса~~ остается в ней 1 камень
Алиса убирает 2 камня из кучки с 2 камнями, остается 8 кучек с 1 камнем и 2 кучки с 2 камнями
⇓
Алиса опять выиграет.

чистовик №3 №6 Продолжение

3) Если из кучки с 3 камнями убирает 3 камня => остается 0 камней, Алиса из кучки с 2 камнями убирает 1 камень и выигрывает т.к. 3 кучек с 1 камнем и 2 кучки с 2 камнями

4) Если из кучки с 2 камнями убирает 1 камень, то Алиса убирает из кучки с 3 камнями ~~1~~ 3 камня и выигрывает т.к. 3 кучек с 1 камнем и 2 кучки с 2 камнями

5) Если из кучки с 2 камнями убирает 2 камня, то Алиса убирает из кучки с 3 камнями 2 камня => 3 кучек с 1 камнем и 2 кучки с 2 камнем => опять выигрывает

чистовик № №6 продолжение

б) Если уберёт 1 камень из кучки с 1 камнем, то Алиса делает то же самое и опять все сводится к тому же самому т.к. чётность видов кучек не поменялась. Если так продолжится и Боря уберёт ~~пос~~ 1 камень из последней кучки с 1 камнем ~~пох~~ и останется: 2, 2, 2, 3

Алиса из кучки с 3 камнями убирает 1 камень и выигрывает т.к. 4 кучки по 2 камня

ИТАК ⇒ Алиса выиграет.

Чистовик №5 №1

1 пустой, если палочки в него ~~...~~

~~4~~ 5 пакетов, то будет 5 пустых и 1 полный

⇓

1 полный = +4 пустых

101 - 1 = 100

100 : 4 = 25

⇓

25 полных и ~~5~~ 101 пустой 101+25=126

Ответ: ~~25~~ 126

Черновик

$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = -\frac{1}{6} \quad \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2}$

$-\frac{1}{4} + \frac{1}{5} = -\frac{1}{20}$

$1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7}$

$1 - \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{7} + \frac{1}{398} + \right.$

$\frac{1}{1} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} + \ldots \frac{1}{399} \cdot \frac{1}{400}$

$p^2 - 2^p + 3 = 8^{p-1}$

$p^2 + 3 = 2^{p-1} + 2^p$

$p^2 + 3 = 2^{p-1} \cdot (1+2)$

$9 - 8 + 3 = 2^2 =$

чистовик №6 №4

Имеется граф из $23 \cdot 10 = 230$ вершин

рёбер $9 \cdot \overset{207}{23} + 10 \cdot \overset{220}{22} = 427$ рёбер.

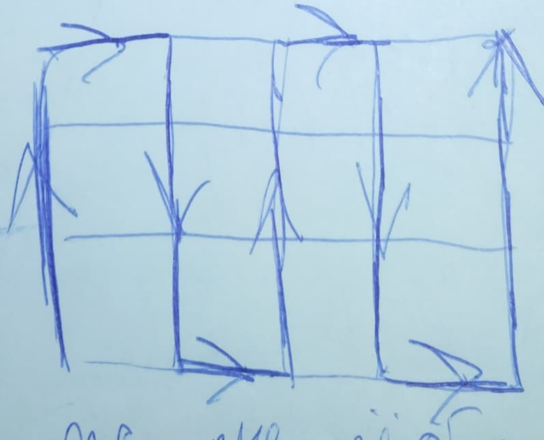
из каждой вершины можно добраться до любой другой в графе „дерево". В дереве минимально кол-во ~~ве~~ рёбер что бы из каждой вершины можно попасть в каждую.

$\Rightarrow$ $230 - 1 = 229$ рёбер min ~~пусти~~ должны быть без работ дорожных

$\Downarrow$

$427 - 229 = 198$

Пример:



Жирные рёбра остогорыся на остальных ~~нет~~ дорожные работы

чистовик №7

№ 3

$p^q - q^p + 3 = 2^{p-1}$

Заметим, что $2^{p-1} \vdots 2$

Если p и q - нечет, то $p^q - q^p + 3$ - нечет,

нечет $\neq$ чёт

$\Downarrow$

p или $q = 2$

Пусть $q = 2$

$\Downarrow$

$p^2 - 2^p + 3 = 2^{p-1}$

$p^2 + 3 = 2^{p-1} + 2^p$

$p^2 + 3 = 2^{p-1} \cdot (3)$

$\Downarrow$

$p^2 + 3 \vdots 3$

$\Downarrow$

$p^2 \vdots 3$

т.к. p - простое $\Rightarrow p = 3$

$\Downarrow$

$3^2 - 2^3 + 3 = 2^2$ $\Rightarrow$ Ответ: $p = 3$
$q = 2$

чистовик БА №3 Продолжение

Пусть $p = 2$

Тогда $2^q - q^2 + 3 = 2$

$2^q - q^2 = -1$

$\Downarrow$

$q = 3$

$p = 2$

других вариантов нет т.к. чем больше q, тем больше разница между $2^q - q^2 \Rightarrow$ -1 никогда не получится.

Проверка:

$2^3 - 3^2 + 3 = 2^1$

$\Downarrow$

Ответ: $p = 2$
$q = 3$

Ответ: $p = 2$, $q = 3$ или $p = 3$, $q = 2$

черновик

$2^q - q^2 + 3 = 2^1$ $2, 1, 2, 16$ 2^4

$2^q - q^2 = -1$ $b_5 \cdot 8 = 1 \cdot 16^3$

$b_5 = 16^2 \cdot 2$

$b_4 \cdot 1 = 2 \cdot 8$ $b_5 = 512$

$16 \cdot 16 =$

$b_4 = 16$ $160 + 96 = 256$

$256 \cdot 2 = 512$

$b_5 \cdot 8 = 1 \cdot b_3$ $b_5 = 512$

$b_n \cdot b_{n-2}^3 = b_{n-3} \cdot b_{n-1}$ 2^9

новое

$x \cdot 1 = 2 \cdot 2^3$

$16 \cdot 1 = 2 \cdot 2^3$

$x \cdot 2^3 = 1 \cdot 16^3$

$b_6 = 16$

$b_6 \cdot 16^3 = 2 \cdot$ ~~ххх~~ 2^8 2^{27} 2^{28}

2^{12} $b_{16} = \boxed{2^{16}}$

$b_4 = 2^4$ $b_6 = 2^{16}$

$b_5 = 2^9$ $b_7 = 2^{25}$

чистовик №9

№5

заметим, что $b_4 = 2^4$

$b_5 = 2^9$

$b_6 = 2^{16}$

$b_7 = 2^{25}$

$b_8 = 2^{36}$

и тд.

$\Downarrow$

$b_n = 2^{(b-2)^2}$

$\Downarrow$

$b_{2023} = 2^{(2021^2)}$

$\Downarrow$

$b_{2023} = 2^{4084441} = 2$ в степени 4084441

т.к. $b_n = \dfrac{b_{n-3} \cdot b_{n-1}^3}{b_{n-2}^3}$