0 554810 950005

55-48-10-95
(138.1)

1755

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант С-3

Место проведения Волгоград
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников "Покори Воробьевы горы!"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Шабас Евгении Андреевны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Шифр	Сумма	1	2	3	4	5	6	7	8
55-48-10-95	85	20	20	20	20	5	0		

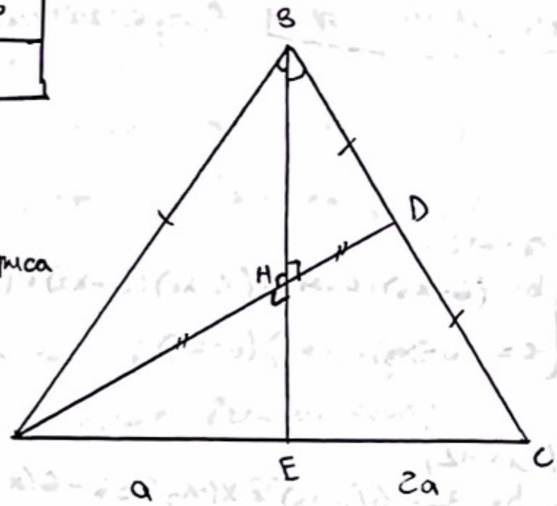
~~ЛЛЯЛ~~

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ 85 (восемьдесят пять)

55-48-10-95 (138.1)

ЧИСТОВИК стр. 1

1	2	3	4	5	6



№4. 1. Пусть $AD \cap BE = (\cdot)H$; Обозначим $AD = BE = x$;

2. Т.к. BH – высота в $\triangle ABD$, BH – биссектриса $\angle ABD$, $\Rightarrow$ $\triangle ABD$ – равнобедренный;

$\Rightarrow AH = HD$ – т.к. BH также медиана;

$\Rightarrow BD = DC = 5\sqrt{13}$; $(= AB)$;

3. По св-ву биссектриси в $\triangle ABC$:

$\frac{AB}{BC} = \frac{AE}{EC} = \frac{1}{2}$; Тогда обозначим AE как a, $\Rightarrow EC = 2a$;

4. По т. Менелая в $\triangle BCE$ (с секущей DA): $\frac{CD}{DB} \cdot \frac{BH}{HE} \cdot \frac{EA}{AC} = 1$;

Значит, $\frac{5\sqrt{13}}{5\sqrt{13}} \cdot \frac{BH}{HE} \cdot \frac{a}{3a} = 1$; $\Rightarrow \frac{BH}{HE} = \frac{3}{1}$; Т.к. ~~AD = BE = x~~ $AD = BE = x$, то

$BH = \frac{3}{4}x$, $HE = \frac{x}{4}$;

5. По т. Пиф. в $\triangle HAB$: $\underset{(5\sqrt{13})^2 = 25 \cdot 13}{325} = \frac{9x^2}{16} + \frac{x^2}{4}$; $\frac{13x^2}{16} = 325$;

$13x^2 = 325 \cdot 16$; $x^2 = 25 \cdot 16$; $x = 5 \cdot 4 = 20$;

6. $S_{\triangle ABD} = \frac{1}{2} \cdot BH \cdot AD = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}x \cdot x = \cancel{400}^{50} \cdot \frac{3}{\cancel{8}} = 150$;

7. $S_{\triangle ABC} = 2 \cdot S_{ABD}$ (т.к. $BD = DC$ и у $\triangle ABC$ и $\triangle ABD$ общая вершина, $\Rightarrow$ равны и высоты, (на самом деле это будет одна и та же высота) проведённые из $(\cdot)A$ к BD и BC);

$S_{\triangle ABC} = 300$; Ответ: 300;

№3 По т. Виета: $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 6; \\ x_1 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_3 + x_2 \cdot x_3 = 7; \\ x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = 1; \end{cases}$

Пусть корни ур-е $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ равны t_1, t_2, t_3;

Тогда обозначим: $\begin{cases} t_1 = x_1 + x_2, \\ t_2 = x_2 + x_3, \\ t_3 = x_3 + x_1; \end{cases}$ по ~~т. Виета~~ т. Виета для второго ур-е:

$\begin{cases} -a = t_1 + t_2 + t_3; \ (= 2(x_1 + x_2 + x_3)) = 12; \\ b = t_1 \cdot t_2 + t_2 \cdot t_3 + t_3 \cdot t_1; \\ -c = t_1 \cdot t_2 \cdot t_3 \end{cases}$

~~$a = -12$, $b =$, $c =$~~

Продолжение на стр. 2 чистовика

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

числвик стр. 2

продолжение №3;

$$\begin{cases} a=-12; \\ b=(x_1+x_2)(x_2+x_3)+(x_2+x_3)(x_3+x_1)+ \\ \quad +(x_1+x_2)(x_3+x_1); \\ -c=(x_1+x_2)(x_2+x_3)(x_3+x_1); \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-12; \\ b=(6-x_3)(6-x_1)+(6-x_1)(6-x_2)+(6-x_3)(6-x_2); \\ -c=(6-x_3)(6-x_1)(6-x_2); \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-12; \\ b=36-6(x_1+x_3)+x_1\cdot x_3+36-6(x_1+x_2)+x_1\cdot x_2+36-6(x_2+x_3)+x_2\cdot x_3; \\ -c=(36-6x_1-6x_3+x_1\cdot x_3)(6-x_2); \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-12; \\ b=108-12(x_1+x_2+x_3)+x_1\cdot x_2+x_2\cdot x_3+x_1\cdot x_3; \\ -c=216-36x_2-36x_1-36x_3+6x_1x_2+6x_3x_2+6x_1x_3-x_1x_2x_3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-12; \\ b=108-12\cdot 6+7; \\ -c=216-36\cdot(x_1+x_2+x_3)+6(x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3)-x_1x_2x_3; \end{cases}$$

$$\begin{cases} a=-12; \\ b=43; \\ -c=216-36\cdot 6+6\cdot 7-1; \end{cases} \qquad \begin{cases} a=-12; \\ b=43; \\ c=-41; \end{cases}$$

Ответ: $a=-12;\ b=43;\ c=-41;$

№1

$$1+\sqrt{2}\sin x(\cos x-2\sin x)+\sqrt{2}\cos x(2\cos x+\sin x)=2\cos^2\left(x+\frac{\pi}{8}\right);$$

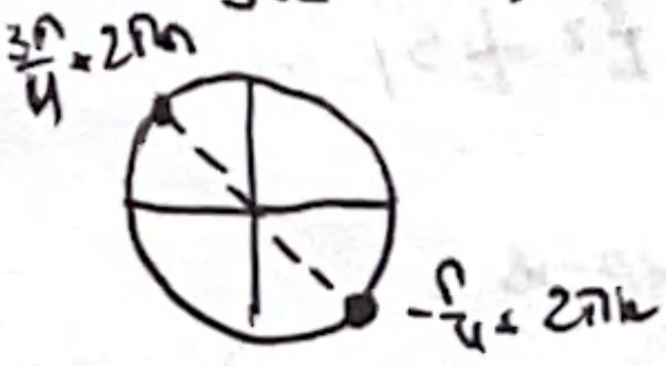
$$\sqrt{2}\sin x\cos x-2\sqrt{2}\sin^2 x+2\sqrt{2}\cos^2 x+\sqrt{2}\sin x\cos x=2\cos^2\left(x+\frac{\pi}{8}\right)-1;$$

$$2\sqrt{2}\cos 2x+\sqrt{2}\sin 2x=\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right);$$

$$2\sqrt{2}\cos 2x+\sqrt{2}\sin 2x=\cos 2x\cos\frac{\pi}{4}-\sin 2x\sin\frac{\pi}{4};$$

$$4\sqrt{2}\cos 2x+2\sqrt{2}\sin 2x=\sqrt{2}\cos 2x-\sqrt{2}\sin 2x;$$

$$3\sqrt{2}\cos 2x+3\sqrt{2}\sin 2x=0; \qquad \sin 2x+\cos 2x=0; \qquad \operatorname{tg} 2x=-1;$$



$$2x=-\frac{\pi}{4}+\pi k,\ k\in Z; \qquad x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2},\ k\in Z;$$

Ответ: $-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2},\ k\in Z;$

Чистовик стр. 3

№2. Обозначим автомобилиста за АВ, велосипедиста за ВЛ;

$v_{АВ} = 2 \cdot v_{ВЛ}$ – по условию; Мы не знаем, кто выехал первым и кто сделал двухчасовую остановку, значит, нам придётся рассмотреть 4 случая:

(I) Автомобилист выехал первым и он же сделал остановку;

(II) Автомобилист выехал первым, остановку сделал велосипедист;

(III) Велосипедист выехал первым, он же сделал остановку;

(IV) Велосипедист выехал первым, остановку сделал автомобилист;

Пусть t – время, затраченное на путь;

Выведем ур-я для расстояний: (т.к. $S = v \cdot t$ и т.к. $v_{АВ} = 2 \cdot v_{ВЛ}$)

(I) $(t-2)2v = v(t-1)$; $2t-4 = t-1$; $t = 3$, ⇒ этот случай возможен;

(II) $t \cdot 2v = v(t-3)$; $2t = t-3$; $t = -3$, ⇒ этот случай невозможен, т.к. время не может быть ~~отрицательным~~ неположительным в нашей задаче;

(III) $(t-1)2v = v(t-2)$; $2t-2 = t-2$; $t = 0$, ⇒ этот случай аналогично (II)-му невозможен;

(IV) $(t-3)2v = v \cdot t$; $2t-6 = t$; $t = 6$, ⇒ этот случай возможен;

получается, нам подходят только ~~случаи~~ случаи (I) и (IV);

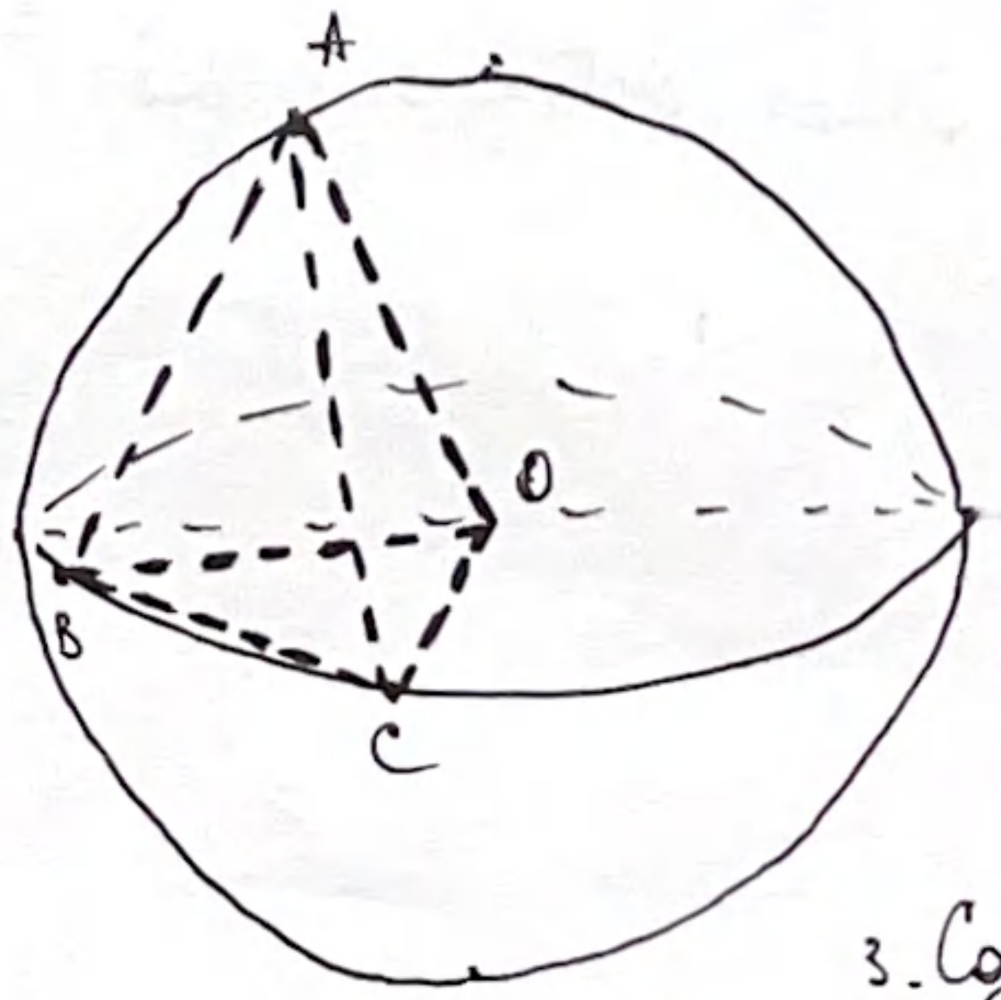
В (I)-м случае они прибыли в 17:00,

в (IV)-м случае – в 20:00;

Ответ: 17:00 или 20:00.

№5 1. Нарисуем шар, на поверхности выделим точки A, B, C;

Дуги на поверхности шара: $\smile AB = 20\pi$, $\smile AC = 12\pi$, $\smile BC = 16\pi$;



2. Рассмотрим пирамиду OABC с вершиной в т. O – центре шара, углами при вершине:

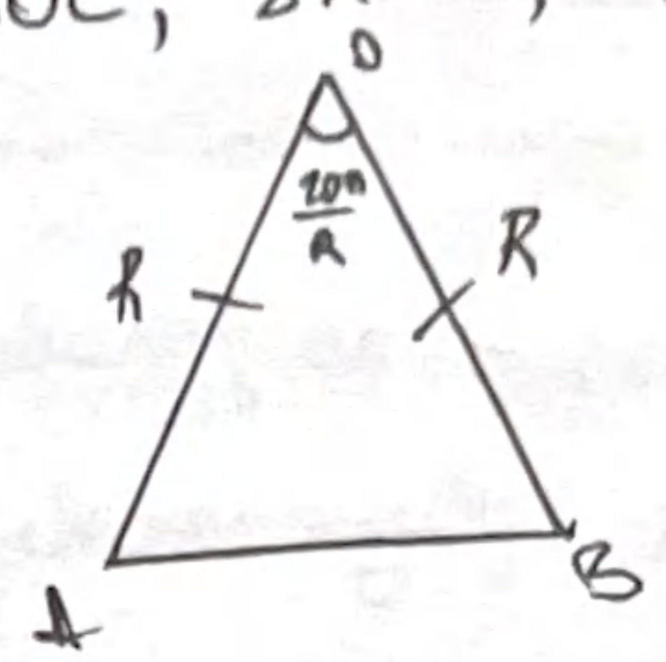
$\angle AOB = \frac{20\pi}{R}$, $\angle AOC = \frac{12\pi}{R}$, $\angle BOC = \frac{16\pi}{R}$;

где R – радиус шара, причём $OA = OB = OC = R$;

3. Сделаем развёртку боковых граней пирамиды на плоскость;

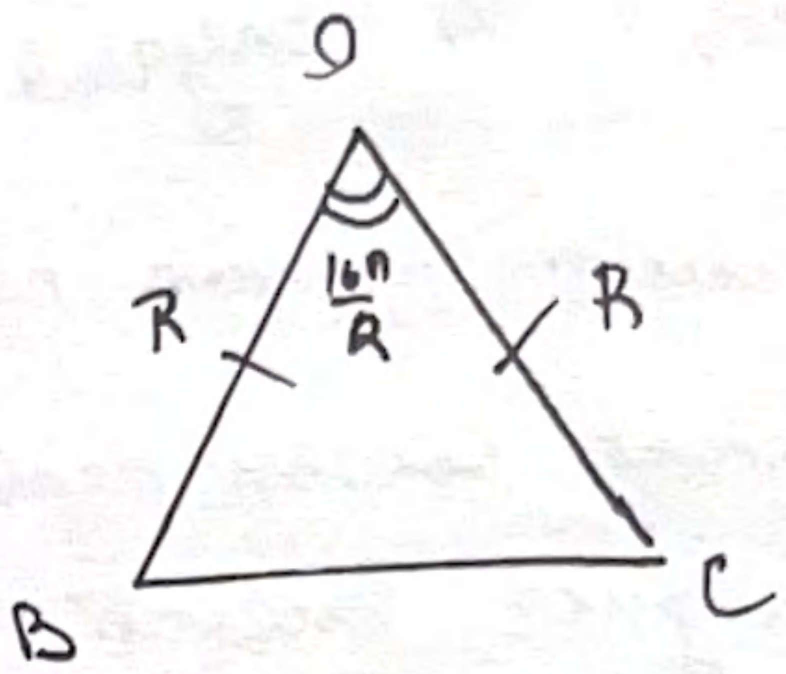
стр 4.
Продолжение на чистовике

ЧИСТОВИК стр. 4 Рассмотрим $\triangle AOB$, $\triangle BOC$, $\triangle AOC$, где основные стороны равнобед. треугольников равны;



4. Сумма углов $\angle AOB + \angle BOC + \angle AOC \leq 2\pi$;

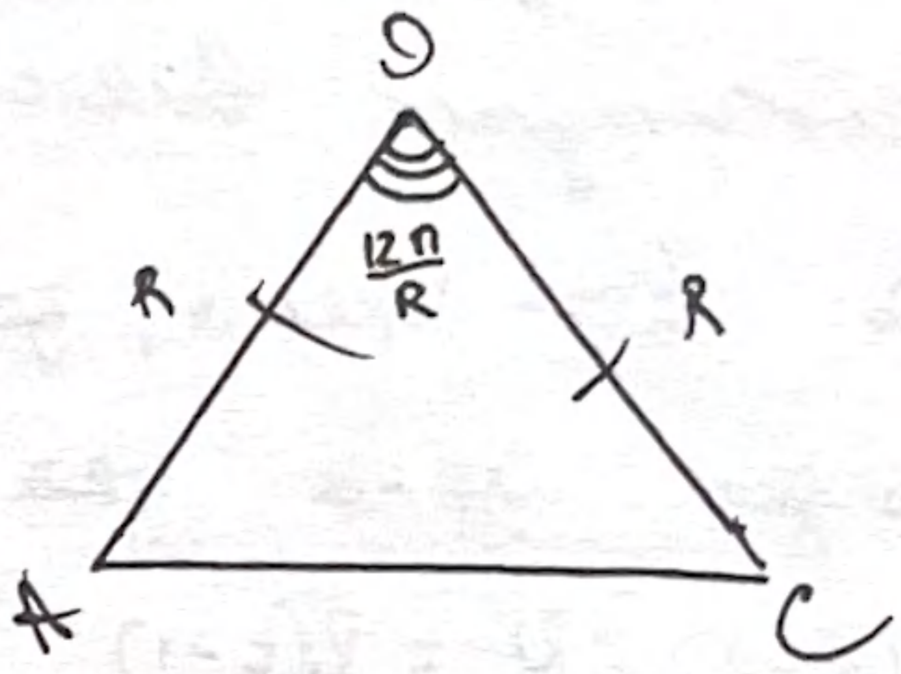
Равенство достигается если все три точки O_1A, O_1B и O_1C лежат в одной плоскости;



Тогда $\frac{20\pi}{R} + \frac{12\pi}{R} + \frac{16\pi}{R} \leq 2\pi$;

Откуда $R \geq 24$;

Значит, при $R=24$ точки O_1A, O_1B, O_1C образуют $\triangle ABC$, вписанный в осевое сечение шара - окружность



5. По т. cos для $\triangle AOB$, $\triangle AOC$ и $\triangle BOC$:

$AB^2 = 2R^2 - 2R^2 \cdot \cos\frac{20\pi}{R} =$ (при $R=24$ наименьшем возможном)

$= 1152\left(1 - \cos\frac{5\pi}{6}\right) = 1152\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

$AC^2 = 2R^2 - 2R^2 \cdot \cos\frac{12\pi}{R} = 1152\left(1 - \cos\frac{\pi}{2}\right); = 1152(1-0)$

$BC^2 = 2R^2 - 2R^2 \cdot \cos\frac{16\pi}{R} = 1152\left(1 - \cos\frac{2\pi}{3}\right); = 1152\left(1+\frac{1}{2}\right)$

$AB^2 = 1152 \cdot \frac{2+\sqrt{3}}{2}$; $AC^2 = 1152 \cdot 1$; $BC^2 = 1152 \cdot \frac{3}{2}$;

$AB^2 = 24^2 \cdot (\sqrt{3}+1)^2 \cdot \frac{1}{2}$; $AC^2 = 24^2 \cdot 2$; $BC^2 = 24^2 \cdot 3$;

$\Rightarrow AB = 24 \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}$; $AC = 24\sqrt{2}$; $BC = 24\sqrt{3}$;

Тогда $P_{\triangle ABC} = 24\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}\right) = 24\left(\frac{2+\sqrt{6}+\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}}\right) = 24 \cdot \frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}+3}{\sqrt{2}} =$

$= 12\sqrt{2}(\sqrt{6}+\sqrt{3}+3); = 12 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + 12 \cdot \sqrt{6} + 36\sqrt{2} =$

$= 24\sqrt{3}+12\sqrt{6}+36\sqrt{2}$;

6. Очевидно, при $R > 24$ функция (обозначающая периметр $\triangle ABC$) монотонно растёт — значит, наименьшее значение достигается при $R=24$;

Ответ: $24\sqrt{3}+12\sqrt{6}+36\sqrt{2}$;

ЧЕРНОВИК

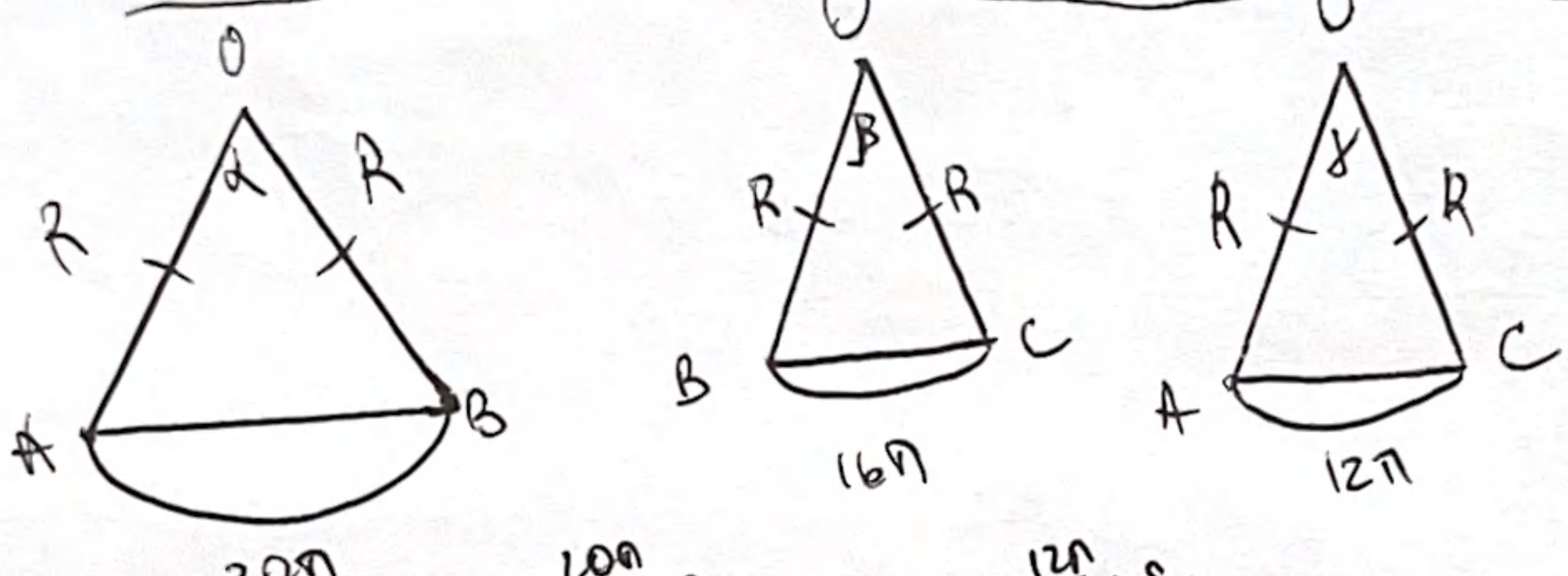
$f(R) = R\sqrt{2}\left(\sqrt{1-\cos\left(\frac{20\pi}{R}\right)} + \sqrt{1-\cos\frac{12\pi}{R}} + \sqrt{1-\cos\frac{16\pi}{R}}\right)$; $= \left((1-\cos\frac{20\pi}{R})^{\frac{1}{2}} + (1-\cos\frac{12\pi}{R})^{\frac{1}{2}} + (1-\cos\frac{16\pi}{R})^{\frac{1}{2}}\right)$

$f'(R) = \sqrt{2}\left(\sqrt{1-\cos\left(\frac{20\pi}{R}\right)} + \sqrt{1-\cos\frac{12\pi}{R}} + \sqrt{1-\cos\frac{16\pi}{R}}\right) + R\sqrt{2}\,(\ldots)'$;

$= \sqrt{2-2\cos\frac{20\pi}{R}} + \sqrt{2-2\cos\frac{12\pi}{R}} + \sqrt{2-2\cos\frac{16\pi}{R}}$

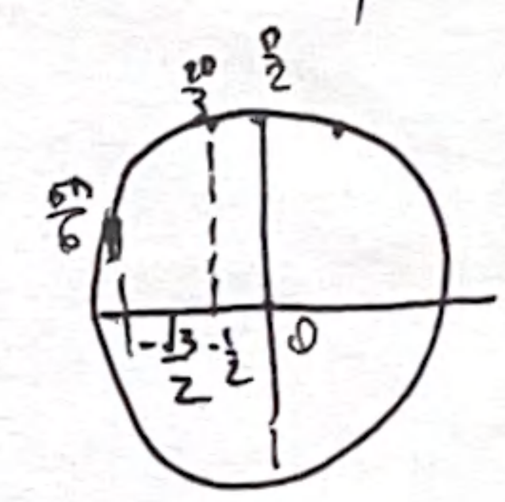
$+ R\sqrt{2}\left(\frac{1}{2\sqrt{1-\cos\frac{20\pi}{R}}}\cdot\sin\frac{20\pi}{R} + \frac{1}{2\sqrt{1-\cos\frac{12\pi}{R}}}\cdot\sin\frac{12\pi}{R} + \frac{1}{2\sqrt{1-\cos\frac{16\pi}{R}}}\cdot\sin\frac{16\pi}{R}\right)$;

$\sqrt{2}\left(\sqrt{1-\cos\frac{20\pi}{R}} + \sqrt{1-\cos\frac{12\pi}{R}} + \sqrt{1-\cos\frac{16\pi}{R}} + R\left(\frac{\sin\left(\frac{20\pi}{R}\right)}{2\sqrt{1-\cos\frac{20\pi}{R}}} + \frac{\sin\frac{12\pi}{R}}{2\sqrt{1-\cos\frac{12\pi}{R}}} + \frac{\sin\frac{16\pi}{R}}{2\sqrt{1-\cos\frac{16\pi}{R}}}\right)\right)$;



$12\pi = \frac{2\pi R\cdot\gamma}{180} = \frac{8\pi R\cdot\gamma}{8\pi}$;

$R\gamma = 12\pi$; $\gamma = \frac{12\pi}{R}$;



$\sin\frac{20\pi}{R} = S_1$ $\sin\frac{12\pi}{R} = S_2$ $\sin\frac{16\pi}{R} = S_3$

$\sqrt{1-\cos\frac{20\pi}{R}} = a$ $\sqrt{1-\cos\frac{12\pi}{R}} = b$ $\sqrt{1-\cos\frac{16\pi}{R}} = c$

$1+\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{2+\sqrt{3}}{2} = \frac{4+2\sqrt{3}}{4} = \frac{(1+\sqrt{3})^2}{2}$

$\sqrt{2}\left(a+b+c+R\left(\frac{S_1}{2a} + \frac{S_2}{2b} + \frac{S_3}{2c}\right)\right) =$

$= \sqrt{2}\left(a+b+c+R\left(\frac{4bc\cdot S_1 + 4ac\cdot S_2 + 4\cdot ab\cdot S_3}{8abc}\right)\right) =$

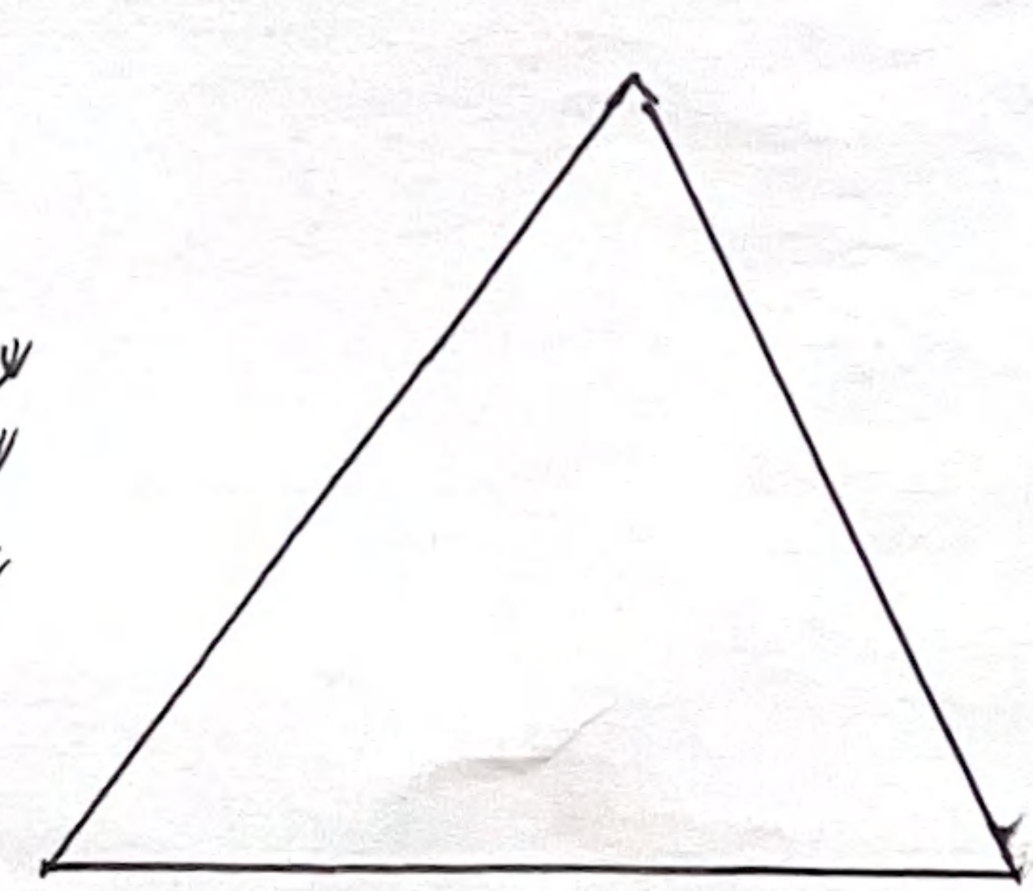
$= \sqrt{2}\left(a+b+c+R\left(\frac{bcS_1 + acS_2 + abS_3}{2abc}\right)\right) = \sqrt{2}\left(a+b+c+\frac{RbcS_1 + RacS_2 + RabS_3}{2abc}\right)$

$= \sqrt{2}\left(\frac{2a^2bc + 2ab^2c + 2abc^2 + RS_1\cdot bc + RS_2\cdot ac + RS_3\cdot ab}{2abc}\right) =$

$24 \cdot 24 = 96 + 48\ldots = 576$

$= \frac{2a^2\cdot bc + 2b^2\cdot ac + 2c^2\cdot ab + RS_1\cdot bc + RS_2\cdot ac + RS_3\cdot ab}{\sqrt{2}\quad abc} =$

$= \frac{bc(2a^2+RS_1) + ac(2b^2+RS_2) + ab(2c^2+RS_3)}{\boxed{\sqrt{2}\,abc}} =$ > 0 при $\begin{cases} 1-\cos\frac{20\pi}{R} \geq 0 \\ 1-\cos\frac{12\pi}{R} \geq 0 \\ 1-\cos\frac{16\pi}{R} \geq 0 \end{cases}$



ЧЕРНОВИК

$\sqrt{2}\sin x(\ldots)+\sqrt{2}\cos x(\ldots)=2\cos^2(x+\frac{\pi}{8})-1=\cos^2(x+\frac{\pi}{8})-\sin^2(x+\frac{\pi}{8})$

$\sqrt{2}\sin x(\cos x-2\sin x)+\sqrt{2}\cos x(2\cos x+\sin x)=\cos(2x+\frac{\pi}{4});$

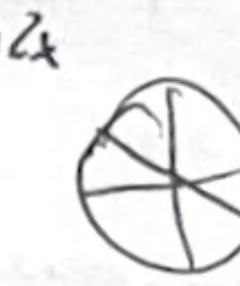
$2\sqrt{2}\sin x\cos x+2\sqrt{2}\cos^2x-2\sqrt{2}\sin^2x=\cos(2x+\frac{\pi}{4});$

$\sqrt{2}\sin 2x+2\sqrt{2}\cos 2x=\cos(2x+\frac{\pi}{4});$

$\sqrt{2}\sin 2x+2\sqrt{2}\cos 2x=\cos 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}-\sin 2x\cdot\frac{\sqrt{2}}{2};$

$2\sqrt{2}\sin 2x+4\sqrt{2}\cos 2x=\sqrt{2}\cos 2x-\sqrt{2}\sin 2x;$

$3\sqrt{2}\sin 2x+3\sqrt{2}\cos 2x=0;$ $\sin 2x+\cos 2x=0;$ $|:\cos 2x$



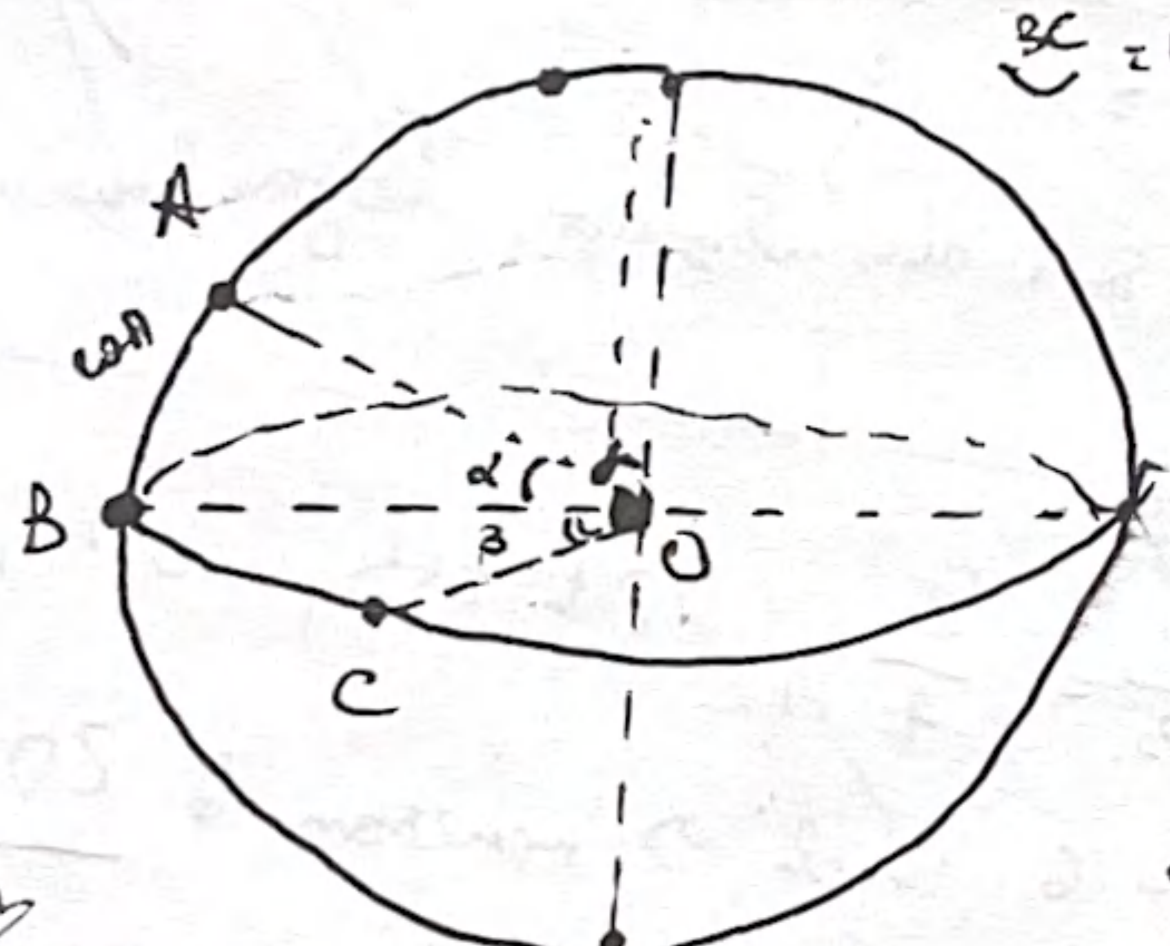
$tg\,2x=-1;$ $2x=-\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z;$

$x=-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}, k\in Z;$ Ответ: $-\frac{\pi}{8}+\frac{\pi k}{2}, k\in Z;$

№5

$\smile AB=20\pi;$ $\smile AC=12\pi;$ $\smile BC=16\pi;$? min $P_{\triangle ABC}$

По условию, мин. расстояние по повер. сферы между точками равны ...



Мин. расстояние по поверхности сферы между двумя различными точками есть длина ~~[illegible]~~ сектора;

Пусть радиус сферы $=R$; Центр сферы – т. O;

Тогда, пусть $\angle AOB=\alpha$, $\angle AOC=\gamma$, $\angle BOC=\beta$;

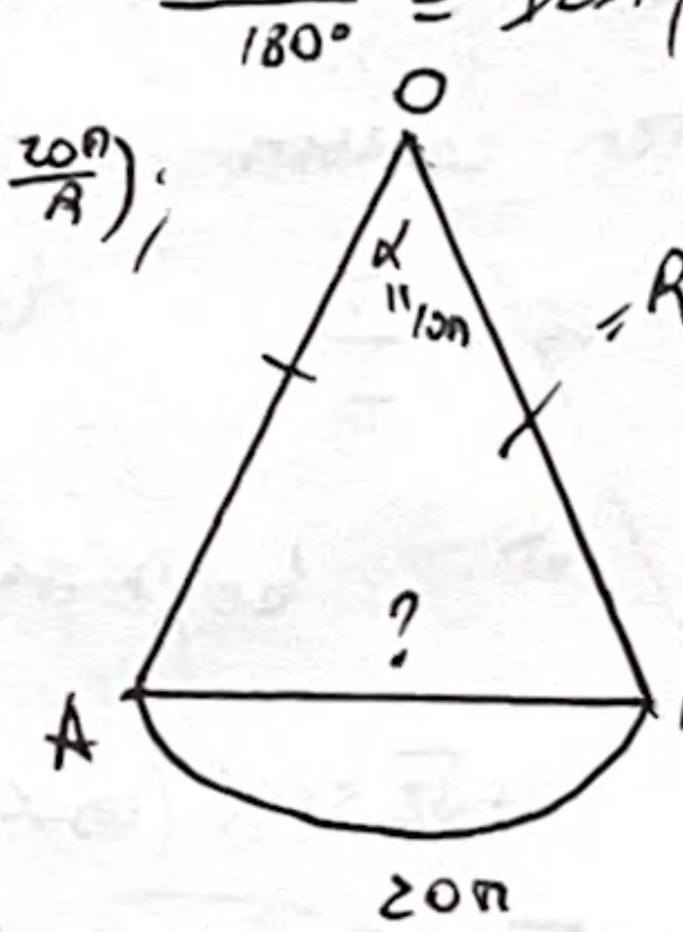
~~$A=10\pi$~~ ~~$B=8\pi$~~

Длина сектора $=\frac{2\pi R\cdot\varphi}{180°}$; $\frac{2\pi R\cdot\alpha}{180°}=20\pi$;

$\frac{\alpha}{180°}=\frac{10}{R}$; $\alpha=\frac{180°\cdot 10}{R}$; $\frac{2\pi R\cdot\beta}{180°}=16\pi$; $\frac{\beta}{180°}=\frac{8}{R}$; $\beta=\frac{16\pi}{R}$; $\frac{2\pi R\cdot\gamma}{180°}=12\pi$;

$\frac{\gamma}{180°}=\frac{6}{R}$; По т. cos в $\triangle AOB$; $=\cos(\frac{20\pi}{R})$;

$AB^2=2R^2(1-\cos(\frac{10\cdot 180°}{R})$



$AB^2=R^2+R^2-2\cdot R^2\cos\alpha;$

$AB^2=2R^2(1-\cos(\frac{20\pi}{R})$

$BC^2=2R^2-2R^2\cdot\cos\beta=2R^2(1-\cos(\frac{16\pi}{R}));$

$BC^2=2R^2(1-\cos(\frac{16\pi}{R});$

$AC^2=2R^2(1-\cos(\frac{12\pi}{R}));$

$1-\cos\varphi\geq 0$ т.к. $-1\leq\cos\varphi\leq 1$; $-1\leq-\cos\varphi\leq 1$; $0\leq 1-\cos\varphi\leq 1$

Периметр $\triangle ABC=AC+BC+AB=$

$=R\sqrt{2}\sqrt{1-\cos\frac{20\pi}{R}}+R\sqrt{2}\sqrt{1-\cos\frac{16\pi}{R}}+R\sqrt{2}\sqrt{1-\cos\frac{18\pi}{R}};$

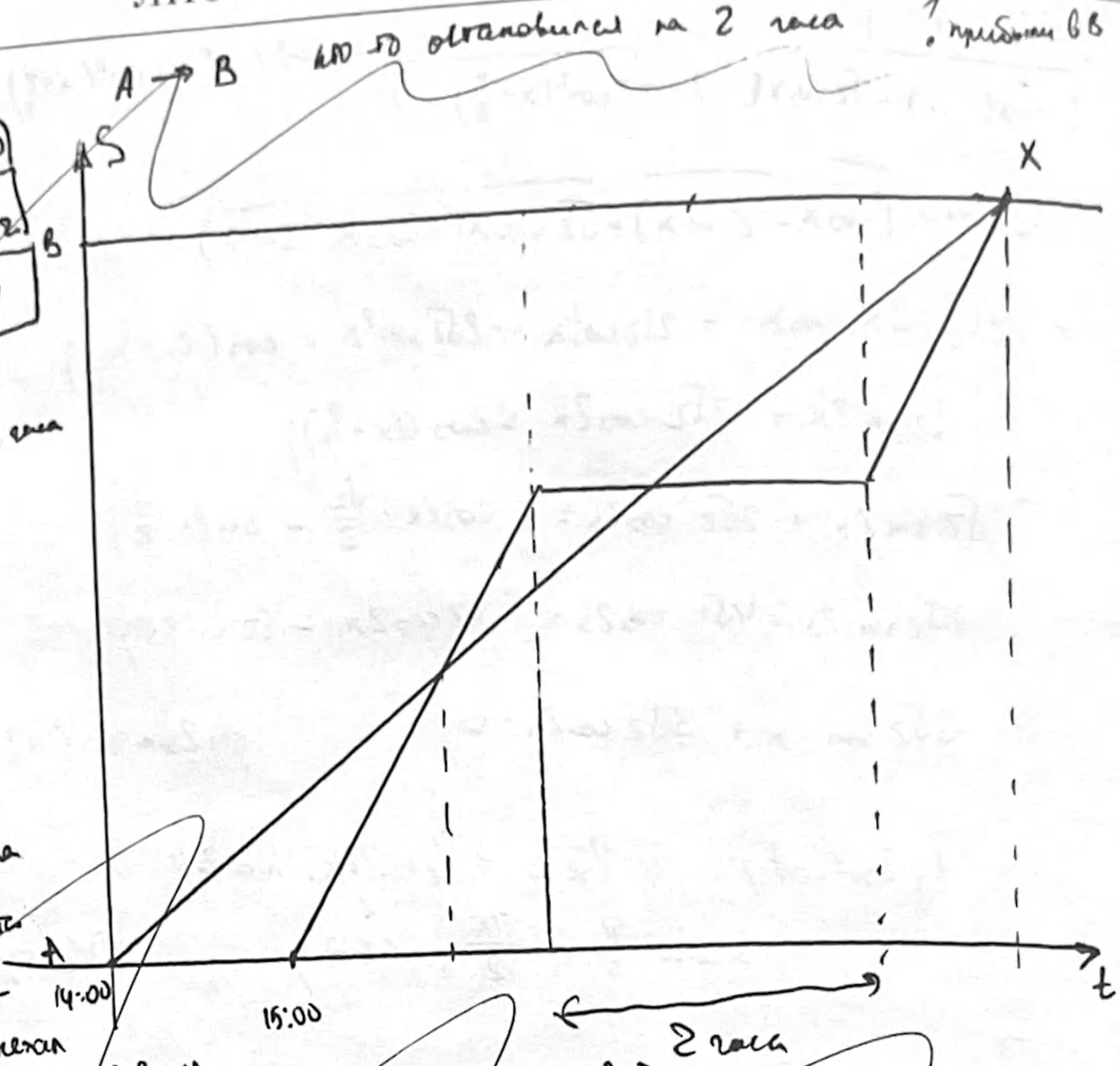
$2\cos^2\alpha-1=\cos 2\alpha$

$\cos^2\alpha+\cos^2\alpha-1=\cos^2\alpha-(1-\cos^2\alpha)=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$

$P=R\sqrt{2}(\sqrt{1-\cos(\frac{20\pi}{R})}+\sqrt{1-\cos(\frac{16\pi}{R})}+\sqrt{1-\cos\frac{12\pi}{R}});$

ЧЕРНОВИК! №2

	Вл	Ав
из А	в 14:00	в 15:00
в Б	в X ч.	в X ч.
U	U	$2U$



(I) Автомобилист остановился на 2 часа

$U = \frac{S}{t}$;

$U_{вл} = U$, $U_{ав} = 2U$;

$S_{вл} = S_{ав}$;

В пути велосипедист был на 3 часа дольше автомобилиста (т.к. автомобилист выехал на час позже и сделал двухчасовую остановку)

$\Rightarrow$

Тогда $U_{вл} = \frac{S}{t+2}$, $U_{ав} = \frac{S}{t}$, $\frac{S}{t} = \frac{2S}{t+2}$;

$2St = S(t+2)$; $2t = t+2$; $\boxed{t=2}$ времени в пути был автомобилист; Тогда велосипедист был в пути $t+2 = 4$ часа непрерывно, $\Rightarrow$

Тогда $U_{вл} = \frac{S}{t+3}$, $U_{ав} = \frac{S}{t}$, $\Rightarrow$ $\frac{2S}{t+3} = \frac{S}{t}$; $2t = t+3$, $t = 3$;

$t+3 = 6$ часов, $\Rightarrow$ приехал в 20:00

Значит, велосипедист непрерывно ехал

(II) Велосипедист останов. на 2 часа; $S_{вл} = S_{ав}$, $t_{вл} = t - 1$,

$t_{ав} = t$ (т.к. велосипедист, выехав на час раньше автомоб., остановился на 2 часа, тем самым проехав по времени час меньше)

$U_{ав} = \frac{S}{t}$ $U_{вл} = \frac{S}{t-1}$; $\frac{S}{t} = \frac{2S}{t-1}$; $2t = t - 1$; $t = -1$ – невозможно

$\Rightarrow$ возможен только случай (I), $\Rightarrow$ $\boxed{\text{ответ: } 20:00}$

№1 $1 + \sqrt{2}\sin x(\cos x - 2\sin x) + \sqrt{2}\cos x(2\cos x + \sin x) = 2\cos^2(x + \frac{\pi}{8})$;

$1 + \sqrt{2}\sin x\cos x - 2\sqrt{2}\sin^2 x + 2\sqrt{2}\cos^2 x + \sqrt{2}\sin x\cos x = 2\cos^2(x + \frac{\pi}{8})$;

$2\sqrt{2}\cos^2 x + 2\sqrt{2}\cos^2 x + 2\sqrt{2}\sin x\cos x - 2\cos^2(x+\frac{\pi}{8}) = 0$;

$4\sqrt{2}\cos^2 x + 2\sqrt{2}\sin x\cos x - 2\cos^2(x + \frac{\pi}{8}) = 0$;

$d^2 = 2 + 8 = 10$;

$\sqrt{10}\left(\frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{5}}\sin 2x\right) + 1 = 2\cos^2(x+\frac{\pi}{8})$;

$\cos 2x$

$2\sqrt{2}\cos 2x + \sqrt{2}\sin 2x + 1 = \boxed{2\cos^2(x + \frac{\pi}{8})}$;

$0 \leq \quad \leq 2$

~~$2\sqrt{2}(\cos 2x + \frac{1}{2}\sin 2x)$~~