0 949988 890008

94-99-88-89

(106.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 11

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Дрязгова Владислава Андреевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«01» 04 2023 года

Подпись участника

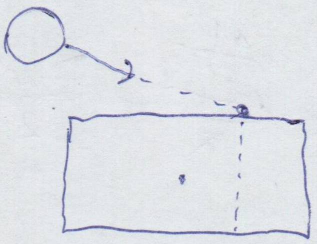
ВДрязгов

94-99-88-89 (106.2)

Черновик

вопрос:

№ 1.



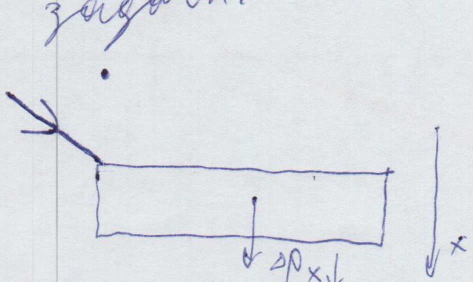
~~Ес~~

Если при столкновении сила со стороны шайбы имеет ненулевой момент относительно центра масс, то брусок будет вращаться.

~~Т.к. время столкновения мало, то брусок не успеет повернуться на значительный угол~~ и

при столкновении шайбы и бруска ~~все~~ сила реакции со стороны бруска направлена всегда по радиусу к центру шайбы и имеет нулевой момент относительно центра масс шайбы, значит шайба не будет вращаться

задача:



ЗСМИ:

~~$M\Delta t = L$~~

~~$L = I\omega$~~

$\Delta p_x = K v_y \sin\alpha + v_y \sin\beta$

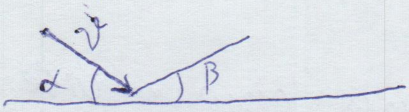
~~$\Delta p =$~~

~~$F \cdot \frac{L}{2} \Delta t = \Delta L$~~

$\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \frac{\cancel{m}\Delta p^2}{2m} + \frac{I\omega^2}{2}$

$I =$

черновик:



$$v\Delta p = mv\sin\alpha + mv\cos\alpha\cdot tg\beta$$

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{m\left(\frac{v\cos\alpha}{\cos\beta}\right)^2}{2} = \frac{\frac{\Delta p^2}{2M}}{\cancel{2}} + \frac{I w^2}{2}$$ +

$\cancel{I =}$ $\cancel{M = F\cdot\frac{L}{2}}$

$$I = \sum \Delta m\cdot r^2 = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{M}{L}\cdot\Delta x\cdot x^2 = \frac{M}{L}\,\frac{x^3}{3}\Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = \frac{M}{L}\,\frac{L^3}{24}\cdot 2 = \frac{M\cdot L^2}{12}$$

$$\frac{m}{2}\left(v^2 - \left(\frac{v\cos\alpha}{\cos\beta}\right)^2\right) = \frac{\left(mv(\sin\alpha+\cos\alpha\, tg\beta)\right)^2}{2M} + \frac{ML^2}{12}w^2$$

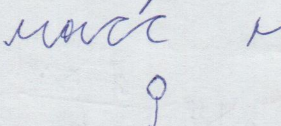
— не та ось

Так как ширина много больше длины, то $w\cdot t < \varphi$; где φ – это угол, на который брусок повернётся, чтобы не пролетела шайба

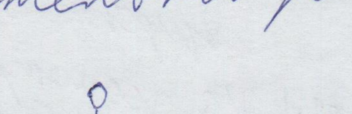
получим φ, $t = \frac{L}{v\sin\alpha}$

~~Ч~~ Чистовик №1

Вопрос: при столкновении шайбы и бруска происходит взаимодействие между ними. Так как брусок гладкий, то ~~линии~~ силы направлены перпендикулярно его поверхности. Для шайбы при любом столкновении без трения сила со стороны бруска будет направлена по радиусу к её геометрическому центру, центр масс расположен в геометрическом центре, а значит сила со стороны бруска на шайбу ~~ж~~ будет иметь нулевой момент относительно центра масс шайбы и не заставит её вращаться. В то же время ~~ж~~ на брусок со стороны шайбы ~~ж~~ действует сила, плечо которой относительно центра масс не обязательно равно нулю



в этой ситуации оно равно нулю

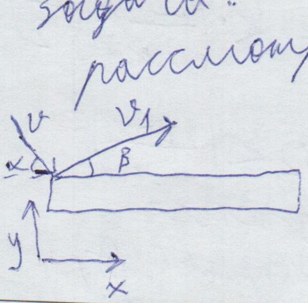


а в этой нет

значит шайба может заставить брусок вращаться.

Задача:

рассмотрим первое столкновение:



ЗСИ:

$$\left.\begin{aligned} Ox&: mv\cos\alpha = mv_1\cos\beta \\ Oy&: \Delta p = mv\sin\alpha + mv_1\sin\beta \end{aligned}\right\} \Delta p = mv(\sin\alpha + \cos\alpha\cdot tg\beta)$$

Чистовик №1. часть 2.

ЗСЭ:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{mv_1^2}{2} + \frac{(\Delta p)^2}{2M} + \frac{I\cdot w^2}{2};$$

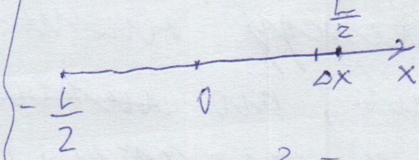
$$\Delta p = mv(\sin\alpha + \cos\alpha \cdot tg\beta)$$

$$v_1 = \frac{v\cos\alpha}{\cos\beta}$$

$$\frac{mv^2}{2}\left(\sin^2\alpha + \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta}\right) = \frac{m^2v^2(\sin\alpha+\cos\alpha\, tg\beta)^2}{2M}$$

$$+ \frac{ML^2}{\cancel{12}\,24}\cdot w^2; \quad (1)$$

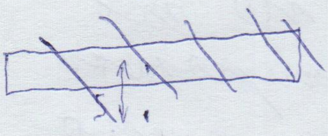
момент инерции тонкого стержня:

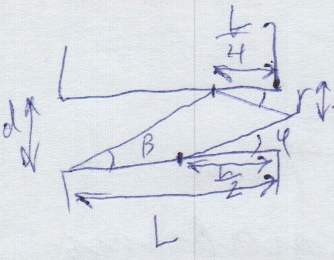


$$I = \sum \Delta m\cdot x^2 = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{M}{L}\cdot\Delta x\cdot x^2 = \frac{M}{L}\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} = \frac{ML^2}{12}$$

При условии, что шайба пролетела, не задев брусок, получим:

(пренебрежём скоростью нижнего бруска, так как сказано, что угол α и угол β отличаются на $0{,}4^\circ \Rightarrow \sin\alpha - \sin\beta << 1 \Rightarrow$ значит шайба отлетает почти с ~~по~~ начальной скоростью и скорость поступательного движения бруска мала.)





Из геометрии:

$$d = \left(L - \frac{L}{4}\right)\cancel{\sin\beta}\; tg\beta \approx \beta$$

$$\Delta d = \frac{L}{4}\cancel{\sin\gamma}\cdot tg\gamma \approx \gamma$$

$$\Rightarrow tg\varphi = \frac{d-\Delta d}{\frac{L}{2}} = \frac{\frac{3}{4}L\beta - \frac{1}{4}L\gamma}{\frac{L}{2}} \approx \varphi =$$

$$= \frac{3\beta-\gamma}{2}; \quad wt < \varphi; \quad t = \frac{L}{v\cdot\cos\alpha} \Rightarrow$$

из (1):

$$\left(\frac{mv^2}{2}\left(\sin^2\alpha + \frac{\cos^2\alpha}{\cos^2\beta}\right) - \frac{m^2v^2(\sin\alpha+\cos\alpha\cdot tg\beta)^2}{2M}\right)\cdot\frac{24}{ML^2}\cdot\left(\frac{L}{v\cos\alpha}\right)^2 < \left(\frac{3\beta-\gamma}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow 12\left(\frac{\sin^2\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{\cancel{\cos^2\alpha}\,1}{\cos^2\beta}\right)\frac{m}{M} - \frac{m^2}{M^2}\left(\frac{\sin\alpha}{\cos^2\alpha} + \frac{1}{\cos\alpha}\cdot tg\beta\right)^2\cdot 12 < \left(\frac{3\beta-\gamma}{2}\right)^2$$

Решая неравенство, найдём возможное соотношение масс. (решаем относительно $\frac{m}{M}$)

~~Черновик~~ №2. Чистовик

вопрос: процесс, графиком которого является парабола имеет такой вид: $\frac{p}{p_0} = a\frac{V^2}{V_0^2} + b\cdot\frac{V}{V_0} + c$, где $a; b; c$ - константы

При политропном процессе по уравнению политропы: +

$pV^\alpha = const$; где $\alpha = const$. приведение уравнения параболы к данному виду возможно только в случае когда a или b или $c \neq 0$, а остальные 2 равны

α в уравнении политропы равен $\frac{c - \cancel{\alpha} c_v}{c - c_p}$; где c_v и c_p это соответственно молярные теплоёмкости при постоянном объёме и давлении.

~~у двухатомного~~ при этом $c_p = c_v + R$

у двухатомного газа $c_v = \frac{5}{2}R \Rightarrow c_p = \frac{7}{2}R$

при $a \neq 0$; $b = 0; c = 0$: $pV^{-2} = const \Rightarrow$

$$-2 = \frac{c - \frac{5}{2}R}{c - \frac{7}{2}R} \Rightarrow -2c + 7R = c - \frac{5}{2}R \Rightarrow$$

$$3c = \frac{19}{2}R \Rightarrow c = \frac{19}{6}R$$ +

при $b \neq 0$; $c = 0; a = 0$: ?$pV^{-1} = const \Rightarrow$

$$-1 = \frac{c - \frac{5}{2}R}{c - \frac{7}{2}R} \Rightarrow \frac{7}{2}R - c = c - \frac{5}{2}R \Rightarrow$$

$$2c = 6R \Rightarrow c = 3R$$

при $c \neq 0$; $a = 0; c = 0$: $pV^0 = const \Rightarrow$

$$c - \frac{5}{2}R = 0 \Rightarrow c = \frac{5}{2}R$$

задача: газ получает тепло, когда $\delta Q > 0 \Rightarrow$ По 1-ому нач. термодинамики:

$$\delta Q = \delta A + dU$$

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

№2 часть 2 Черновик

~~δQ~~ $\delta A = p\,dV$; $dU = \frac{5}{2}\nu R\,dT$;

~~по з-ну менд-клапейр.:~~

~~$pV = \nu RT \Rightarrow$~~

~~$p\,dV + V\,dp = \nu R\,dT \Rightarrow$~~

~~$\delta Q = \frac{7}{2}p\,dV +$~~

из ур-я параболы

$$p = \frac{p_0}{6}\left[36 + 5\frac{V}{V_0} - \left(\frac{V}{V_0}\right)^2\right] \Rightarrow$$

$$dp = dV \cdot \frac{p_0}{6}\left[0 + \frac{5}{V_0} - \frac{2V}{V_0^2}\right]$$

$pV = \nu RT \Rightarrow p\,dV + V\,dp = \nu R\,dT \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{p_0}{6}\left[36 + 5\frac{V}{V_0} - \left(\frac{V}{V_0}\right)^2\right]dV + V \cdot dV\frac{p_0}{6}\left[\frac{5}{V_0} - \frac{2V}{V_0^2}\right] =$$

$$= \nu R\,dT \Rightarrow dV \cdot \frac{p_0}{6}\left[36 + \frac{10V}{V_0} - \frac{3V}{V_0^2}\right] = \nu R\,dT$$

$$\delta A = p\,dV = \frac{p_0}{6}\left[36 + 5\frac{V}{V_0} - \left(\frac{V}{V_0}\right)^2\right]dV \Rightarrow$$

$$p\,dV = \frac{36 + 5\frac{V}{V_0} - \frac{V^2}{V_0^2}}{36 + 10\frac{V}{V_0} - \frac{3V^2}{V_0^2}}\nu R\,dT =$$

$$= \nu R\,dT + \frac{-5\frac{V}{V_0} + \frac{2V^2}{V_0^2}}{36 + 10\frac{V}{V_0} - \frac{3V^2}{V_0^2}}\nu R\,dT$$

$$\delta Q = C\nu\,dT = \frac{5}{2}\nu R\,dT + \nu R\,dT + \frac{\frac{2V^2}{V_0^2} - \frac{5V}{V_0}}{36 + 10\frac{V}{V_0} - \frac{3V^2}{V_0^2}}\nu R\,dT$$

при $\delta Q = 0 \Rightarrow$

$$\frac{7}{2} = \frac{\cancel{5\frac{V}{V_0}}\ 5\frac{V}{V_0} - \frac{2V^2}{V_0^2}}{36 + 10\frac{V}{V_0} - \frac{3V^2}{V_0^2}} \Rightarrow \frac{7}{2} = \frac{5k - 2k^2}{36 + 10k - 3k^2} \Rightarrow$$

$$7 \cdot 36 + 70k - 21k^2 = 10k - 4k^2 \Rightarrow$$

$$7 \cdot 36 + 70k - 17k^2 = 0$$

$$7 \cdot 36 + 60k - 17k^2 = 0$$

№2 часть 3 чистовик:

$17k^2 - 60k - 7\cdot 36 = 0$

$D = 3600 + 28\cdot 36\cdot 17$

$k = \frac{60 \pm \sqrt{3600 + 28\cdot 36\cdot 17}}{34} =$

$= \frac{60 + \sqrt{3600 + 17136}}{34}$

$\times\ 17 \cdot 36 = 102 + 51 = 612$; $\times\ 612 \cdot 28 = 4896 + 1224 = 17136$

$\sqrt{\frac{17}{4}} = \sqrt{4{,}25} = 2,\ldots$

$171 + 36 = 207$

$\sqrt{\frac{207}{36}} \approx \sqrt{\frac{21}{4}} = \sqrt{5{,}25} \approx 2,\ldots$

$k = \frac{60 + 60\cdot 2,\ldots}{34} \Rightarrow \approx \cancel{0,}\frac{2}{5}\cdot(1+2,\ldots) \Rightarrow$

$k \in (6;8) \Rightarrow$ точка при $\delta Q = 0$ принадлежит графику $\Rightarrow$

на ~~участке~~ вертикального на параболе от отрезке и на параболе от точки $V = V_0 \cdot 3$ до $V = V_0 \cdot \frac{60}{34} + \frac{\sqrt{3600+17136}}{34}$ тепло подводится.

$\eta = \frac{A_ц}{Q_{подв}}$; $A_ц$ – ~~площадь~~ площадь фигуры:

$A_ц = p_0 V_0 \cdot \left(\int_3^8 (36 + 5x - x^2)dx - 2\cdot 5\right) =$

$= p_0 V_0 \cdot \left(\left(36x + \frac{5x^2}{2} - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_3^8 - 10\right) =$

$= p_0 V_0 \left(\left(36\cdot 8 + \frac{5\cdot 8^2}{2} - \frac{8^3}{3} - 36\cdot 3 - \frac{5\cdot 3^2}{2} + \frac{3^3}{3}\right) - 10\right) =$

$= \alpha\, p_0 V_0$

$Q_{подв} = \Delta U + \left(\int_3^k (36 + 5x + x^2)dx - \int_3^k 2dx\right) p_0 V_0$

$Q_{подв} = \frac{5}{2}\left(\left(36 + 5k\cancel{x} - k^2\right) p_0 V_0 \cdot k - 6 p_0 V_0\right) +$
$+ \left(\int_3^k (34 + 5x + x^2)dx\right) p_0 V_0 = \beta\, p_0 V_0$

№2 часть 3 чистовик

$\Rightarrow x\ y = \frac{\alpha}{\beta}$;

$\cancel{\alpha = p_0 V_0 [36 \cdot 5 \cdot 8 - 8^2 - 5 \cdot 3 + 3^2 - 10]}$

$\cancel{\beta = p_0 V_0 [\frac{5}{2}(36 + 5k - k^2 - 5 \cdot 3 + 3^2}$

$\alpha = p_0 V_0 \left[36 \cdot 5 + \frac{5}{2}(8^2 - 3^2) + \frac{1}{3} \cdot (3^3 - 8^3) - 10\right]$

$\beta = p_0 V_0 \left[\frac{5}{2}\left(k \cancel{p_0 V_0}(36 + 5k - k^2) - \cancel{6 p_0 V_0}\right) + \right.$

$\left. + 34(k-3) + \frac{5}{2}(k^2 - 3^2) + \frac{1}{3}(3^3 - k^3)\right]$

№4.

Вопрос:

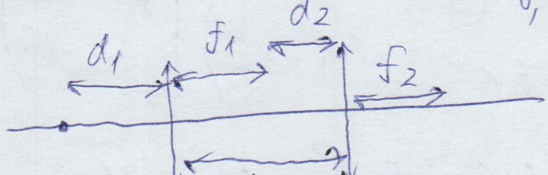
$\left.\begin{array}{l} \Gamma = \frac{y}{x} \\ y = 8 мм \\ x = 4 мм \end{array}\right\}$ $\Gamma = 2$; $\Gamma = \frac{f}{d}$; $\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F}$ – ф-ла тонкой линзы

$\begin{cases} d + f = 90 см \\ \frac{f}{d} = 2 \end{cases}$ $\Rightarrow d = 30 см = 0{,}3 м \Rightarrow f = 60 см = 0{,}6 м$

$\frac{1}{d} + \frac{1}{f} = \frac{1}{F} \Rightarrow$ +

$\Rightarrow \frac{1}{0{,}3} + \frac{1}{0{,}6} = \frac{1}{F} = D = \frac{3}{0{,}6} = \frac{1}{0{,}2} = 5$ (дптр)

Задача:



$L_1 = 20 см$

$\Gamma_1 = -0{,}4$

$L_2 = 40 см$

$\Gamma_2 = -0{,}5$

$L_3 = 80 см$

$\Gamma_1 = \Gamma_A \cdot \Gamma_Б$; при передвижении ~~ж~~ дальней линзы меняется только $\Gamma_Б$

~~Чистовик~~ №4. часть 2. черновик

$$\begin{cases} \dfrac{1}{d_1} + \dfrac{1}{f_1} = \dfrac{1}{F_A} \\ \dfrac{1}{d_2} + \dfrac{1}{f_2} = \dfrac{1}{F_Б} \\ f_1 + d_2 = l \\ \dfrac{f_2 f_1}{d_2 d_1} = \Gamma_1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\cancel{\frac{f_1 + d_1}{f_1 d_1} = \frac{1}{F_A}}$$

$$f_1 = \cancel{d_1 - F_A} \quad \cancel{\frac{F_A d_1}{d_1 - F_A}}$$

$$\cancel{f_2 = \frac{F_Б d_2}{d_2 - F_Б} \Rightarrow}$$

$$\cancel{\Gamma = \frac{1}{(d_1 - F_A)(d_2 - F_Б)}}$$

$$\cancel{\frac{F_A d_1}{d_1 - F_A} = l - d_2 \Rightarrow d_2 = l - \frac{F_A d}{d_1 - F_A}}$$

$$\cancel{\Gamma} = \frac{x}{\quad}$$

$$\cancel{d_2' = d_2 + \Delta l}$$

$$\cancel{\frac{1}{d_2} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{F_Б};\ \frac{1}{d_2 + \Delta l} + \frac{1}{f_2'} = \frac{1}{F_Б}}$$

$$\cancel{\frac{f_2' + d_2 + \Delta l}{(d_2 + \Delta l) f_2'} = \frac{f_2 + d_2}{f_2 d_2}}$$

Так как при увеличении расстояния между A изображением A и Б Г увеличилось в $\frac{5}{4}$ раза, то

$$\frac{1}{f_2} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{d_2 + \Delta l} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{f_2'} - \frac{1}{f_2} = \frac{\Delta l}{d_2(d_2 + \Delta l)}$$

$$f_2' = \frac{1}{\frac{1}{f_2} + \frac{\Delta l}{d_2(d_2 + \Delta l)}} = \frac{f_2 d_2 (d_2 + \Delta l)}{d_2 (d_2 + \Delta l) + f_2 \Delta l}$$

$$\cancel{\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1} = \frac{f_2'}{d_2'} \cdot \frac{d_2}{f_2}} \qquad \cancel{\frac{f_2' + d_2'}{f_2'}} \qquad \cancel{d_2' = d_2 + \Delta l}$$

~~Черновик~~ Чистовик № 4. часть 2.

Так как при отодвигании линзы размер изображения увеличился, то линза Б собирающая ~~и изображ~~

запишем систему:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{f_2}+\frac{1}{d_2}=\frac{1}{F_Б} \Rightarrow \Gamma_Б=\frac{F_Б}{d_2-F_Б} \\ \frac{1}{f_2'}+\frac{1}{d_2'}=\frac{1}{F_Б} \Rightarrow \Gamma_Б'=\frac{F_Б}{d_2'-F_Б} \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$d_2'=d_2+\Delta l$

$$\frac{\Gamma_Б'}{\Gamma_Б}=\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}=\frac{5}{4}=\frac{d_2-F_Б}{d_2+\Delta l\cancel{+X}-F_Б} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \cancel{X\Delta l =} 5\Delta l+d_2-F_Б=0$; $\Delta l=L_2-L_1=L_1$

$f_1\cancel{7}+d_2=\cancel{8}L_1 \Rightarrow f_1=L_1-d_2$

$5L_1+d_2-F_Б=0 \Rightarrow F_Б=5L_1+d_2$

$$\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1}=\frac{\cancel{f_1}f_2f_2'}{d_2d_2'};\ \Gamma_1=\frac{f_1f_2}{d_1d_2};\ \Gamma_2=\frac{f_1f_2'}{d_1d_2'}$$

№3.

Вопрос: проводник примет форму части окружности. Так как на каждый малый участок действует сила, пропорциональная длине этого участка (т.к. $dF_A=BIdl$) то на этой кривой нет изломов в силу того, что сила натяжения в каждой точке одинакова. Пусть образуется кривая. Возьмём малый её участок и вычислим радиус её кривизны:

$Rd\varphi=dl$; но $dF_A\sim dl$