



**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант \_\_\_\_\_

Место проведения Москва  
город

**ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА**

Олимпиада школьников Покори Воробьёвы горы  
наименование олимпиады

по математике  
профиль олимпиады

Даниловой Веры Владимировны  
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Вход: 12:38 - 12:41 *АЭ*

Дата  
« 7 » апреля 2024 года

Подпись участника  
*Лу*

Шифр работы: 32-51-00-95										M
Задача	1	2	3	4	5	6	7	8	$\Sigma$	$\Sigma$ прописью
Оценка	5	15	15	15	0	15			65	65 (шестьдесят пять)

32-51-00-95  
(153.2)

№1 (Мисловик)

$НОД(156; 312; 390) = 78$ . - такое максимальное количество букетов Маше удастся составить. *На перисовике решено шот*  
*Решение должно быть развернутое.*  
*Каков состав букета?*

№2

Очевидно, месяцы от 05 до 10 не подходят, т.к. тогда в записи даты используются 4 различные цифры. В апреле таких дат тоже нет, т.к. тогда в записи будут использованы 4 или больше одинаковых цифр. Значит, такая дата в ноябре или декабре. Заметим, что любая ноябрьская дата в 2024 году будет записана так: XX.11.24. В таком случае, день будет записан цифрами 2 и 4. Чт ноября не существует, т.е. такой ближайшей датой будет 24.11.24.

Ответ: 24.11.24.

№2

Допустим начало фильма в 18:00. Тогда Аня хочет прийти в 17:50 а Таня - в 18:05. Если бы такси Ани работало исправно, но она думала, что они спешат, она бы пришла в 18:05, т.к. её такси на самом деле отстает, она придет в 18:15. Если бы такси Тани работало исправно, но она думала, что они отстает, она бы пришла в 18:00, т.к. её такси на самом деле спешат, она придет в 17:45,  $18:15 - 17:45 = 00:30$ , т.е. Таня будет ждать Аню 30 минут.

Ответ: Таня будет ждать Аню 30 минут.

Если при сложении двузначного и трехзначного числа получается четырехзначное, трехзначное число должно начинаться на 9, а четырехзначное - на 1. Получается:  $9\_\_ + \_\_\_ = 1\_\_\_ - 1$ .

Если записать сумму в столбик можно найти, что двузначное число равно 22, т.к.  $999 + 22 = 1021$ , вторая, а соответвенно и третья, цифры, равны 0. Значит, четырехзначное число равно 1001 а двузначное - 22.  $1001 - 22 = 979$ . И 979 и 22, и 1001 являются палиндромами, т.е. это возможно.  
Ответ: да, существует.

(Черновик)

206  
 Допустим, утверждение неверно. Тогда каким образом кельзы выбрать такие 4 королевства которые производят не менее 50% золота и 50% алмазов от общего производства в империи. Значит, любые 4 королевства производят  $\leq 49\%$  золота и  $\leq 49\%$  алмазов, тогда другие 3 королевства производят  $\geq 51\%$  золота и  $\geq 51\%$  алмазов. Если добавить к ним любое четвертое, тогда вместе они точно будут производить  $\geq 51\%$  золота и  $\geq 51\%$  алмазов — противоречие.

Ответ: верно.

205  
 Допустим, в турнире участвовало 5 человек. Тогда должно быть  $\geq 3$  победителя и  $\geq 5$  миты. Из этого следует, что ни один игрок не победил всех, т.е. тогда до он был единственным победителем. Разобьем игроков А, В, В, Г и Д. Попробуем составить таблицу так, чтобы условие выполнялось.

	А	Б	В	Г	Д
А	X	±	±	-	±
Б	±	X	±	-	±
В	±	±	X	±	±
Г	±	±	±	X	±
Д	±	±	-	±	X

Получается А, Б и Д — победители. У А, Б, А и В, А и Г, Б и В, Б и Г, В и Г были миты. Победителей 3, митых 6 — противоречие нет.

Допустим, в турнире участвовало 6 человек. Тогда должно быть  $\geq 4$  победителя и  $\geq 6$  миты. Составим таблицу, при которой условие выполняется:

	А	Б	В	Г	Д	Е
А	X	±	±	±	±	±
Б	±	X	±	±	±	±
В	±	±	X	±	±	±
Г	±	±	±	X	±	±
Д	±	±	±	±	X	±
Е	±	±	±	±	±	X

Получается А, Б, Г, Д — победители. У А и Б, А и В, А и Г, А и Д, Б и В, Б и Г, В и Г, Г и Д, Д и Е, Г и Е, Д и Е были миты. Победителей 4, митых 11 — противоречие нет.

32-51-00-95  
(153.2)

(Черновик.)

A B A - победитель.  
B Г B и B - жизнь.  
A победил B, B, и Г.  
B и B имели жизнь.  
Г всем проиграл.

	A	B	B	Г
A	X	+	-	-
B	+	X	±	-
B	+	±	X	±
Г	+	+	+	X

	A	B	B	Г	D
A	X	-	±	-	-
B	+	X	±	-	-
B	±	±	X	±	±
Г	+	+	±	X	±
D	+	+	±	±	X

~~A B B Г D~~  
A - 3 н. 1 н.  
B - 3 н. 1 н.  
B - 3 н. 1 н.  
Г - 2 н. 2 н.  
D - 3 н. 1 н.

	A	B	B	Г	D	E
A	X	+	±	-	-	-
B	+	X	±	+	+	X
B	±	±	X	±	±	±
Г	+	+	±	X	±	±
D	+	+	±	±	X	±

B-B A-P B-B B-D B-B, D-D  
B-Г Г-D B-B B-D B-D  
A-B B-B B-B B-B B-B B-B  
B-B B-B B-B B-B B-B B-B

	A	B	B	Г	B	E
A	X	±	±	+	±	±
B	±	X	±	±	±	±
B	±	±	X	±	±	±
Г	+	+	±	X	±	±
B	+	+	-	+	X	±
E	±	±	-	±	±	X

	A	B	B	Г
A	X	-	±	±
B	+	X	+	-
B	±	-	X	±
Г	±	+	+	X

3

	A	B	B	Г
A	X	-	±	-
B	+	X	-	±
B	+	+	X	-
B	+	+	+	X
B	+	-	+	±
B	-	+	-	±
B	±	+	±	*



9+8+7+6+5+4+10  
+3+2+1=45

A-B B-Г.	36	8 н. и 8 н.
B-B' Г.	28	7 н. и 7 н.
B-Г.	21	6 н. и 6 н.
	15	5 н. и 5 н.
	10	4 н. и 4 н.
	6	3 н. и 3 н.
	2	

Задача (Черновик)  
 (продолжение)

Если в турнире участвовало 7 человек седьмой человек  
 мог сыграть матчи с А, Б, Д, Е и победить В и таким  
 образом стать победителем. Эта цепочка может продолжаться  
 до бесконечности.  
 Возможно также что все сыграли друг с другом матчи,  
 и тогда все стали победителями.

~~Вопрос: сколько матчей.~~

~~$n-1$~~

~~$3+2+1=6$  (матч) - всего.~~

$3+2+1=6$  (матч) - всего.

$\geq 2$  матчи и  $\geq 2$  с побед.

	А	Б	В	Г	Д
А	X	±	-	-	±
Б	±	X	+	-	-
В	+	-	X	±	-
Г	+	+	±	X	±
Д	+	+	-	±	X

$A > B$      $A \pm B$      $A < G$   
 $B < A$      $B > B$      $B \pm G$   
 $B \pm A$      $B < B$      $B > G$   
 $G > A$      $G \pm B$      $G < B$

32-51-00-95

(153.2)

№ 6. (Чистовик.)

Допустим, утверждение неверно. Тогда каким образом нельзя выбрать 4 королевства, которые производят не менее 50% золота и не менее 50% алмазов от общего производства империи. Значит, любые 4 королевства производят  $\leq 49\%$  золота и  $\leq 49\%$  алмазов. Тогда другие 3 королевства производят  $\geq 51\%$  золота и  $\geq 51\%$  алмазов. Если к ним добавить четвертое, они вместе будут производить  $\geq 51\%$  золота и  $\geq 51\%$  алмазов — противоречие.

Ответ: да, верно.  
№ 5.