0 584106 130002

58-41-06-13
(134.1)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 1

Место проведения Москва
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Грибовской Виктории Александровны
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«6» апреля 2025 года

Подпись участника

58-41-06-13 (134.1)

Чистовик

Задача 1

Каждую игру команда получала либо 0, либо 3. => число очков команды $\vdots$ 3. => Пусть самая лучшая команда набрала a очков. Тогда все остальные набрали $a-b$; $a-2b$; ...; $a-19b$, где b - шаг прогрессии. Тк $a \vdots 3$ и $a-b \vdots 3$ => $b \vdots 3$. Каждая команда сыграла 19 игр (20-1), а значит могла получить не больше $3\cdot19=57$ очков => $a \le 57$

Всего игр было $\frac{20\cdot19}{2}=190$ => разыграли $3\cdot190=570$ очков.

Значит сумма арифм. прогр. $=570$: $20a-\frac{20\cdot19}{2}b=570$ =>

=> $2a-19b=57$. $b\ne0$, тк b шаг убыв. арифм. прогрессии.

Значит $b\geq3$. Пусть $b>3$, тогда $2a=57+19b$ => $2a>57+19\cdot3$ =>

=> $2a>57\cdot2$ => $a>57$. Но $a\le57$. Значит $b\le3$.

Значит $b=3$, $a=\frac{57+19\cdot3}{2}=57$. Команда со вторым местом набрала $a-b$ очков $a-b=57-3=54$

Ответ: 54

Задача 3

$$2\log_4^2(x+3)\cdot\log_9^2(x+8)\le\log_3(x+3)\cdot\log_2(x+8)-2$$

ОДЗ: $\begin{cases}x>-3\\x>-8\end{cases} \Leftrightarrow x>-3$

$$\log_4(x+3)=\frac12\log_2(x+3)$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac18\log_2^2(x+3)\cdot\log_3^2(x+8)\le\log_3(x+3)\cdot\log_2(x+8)-2$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac18\,\frac{\ln^2(x+3)\cdot\ln^2(x+8)}{\ln^2 2\cdot\ln^2 3}\le\frac{\ln(x+3)\ln(x+8)}{\ln2\ln3}-2 \quad \Big|\cdot\ln2\ln3$$

$\ln2>0$, $\ln3>0$ => $\ln2\ln3>0$

$$\Updownarrow$$

$$\frac18\,\frac{\ln^2(x+3)\cdot\ln^2(x+8)}{\ln2\ln3}\le\ln(x+3)\ln(x+8)-2\ln2\ln3$$

$\ln(x+3)=a$
$\ln(x+8)=b$

$$\frac18\,\frac{a^2b^2}{\ln2\ln3}\le ab-2\ln2\ln3$$

$$\Updownarrow$$

$$\frac18a^2b^2\le ab\ln2\ln3-2(\ln2\ln3)^3 \Leftrightarrow$$ на сл. странице

Чистовик

$a^2b^2 \le 8ab\ln2\ln3 - 16(\ln2\ln3)^2$

$\Updownarrow$

$(ab-4\ln2\ln3)^2 \le 0$

$\Updownarrow$

$ab = 4\ln2\ln3$

$\Updownarrow$

$\ln(x+3)\ln(x+8) = 4\ln2\ln3$ $\quad f(x) = \ln(x+3)\ln(x+8)$

Заметим, что в $x=1$ $\ln(x+3)\ln(x+8) = \ln4\ln9 = 4\ln2\ln3$

$f'(x) = (\ln(x+3)\ln(x+8))' = \frac{\ln(x+8)}{x+3} + \frac{\ln(x+3)}{x+8}$

$f'(x) \vee$

$\frac{\ln(x+8)}{x+3} = -\frac{\ln(x+3)}{x+8}$ если корень $\exists$, то он $\in (-3;-2)$ $(\ln(x+3)<0$, а $\ln(x+8)>0$, $(x+3$ и $x+8>0$ на ОДЗ$)$

Тогда до корня ф-я убывает, а после возрастает, но в $x\to-3$

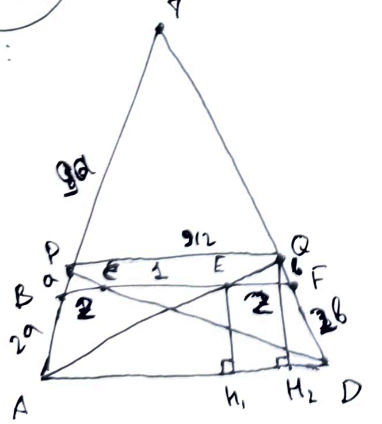
$\ln(x+3)\ln(x+8) \to -\infty$ т.к. $\ln(x+8)>1$ на $x>-3$, а $\ln(x+3) \xrightarrow[x\to-3]{} -\infty$.

$4\ln2\ln3 > 0 \Rightarrow$ корней у ур-ие на $x\in(-3;-2]$ нет $\Rightarrow$

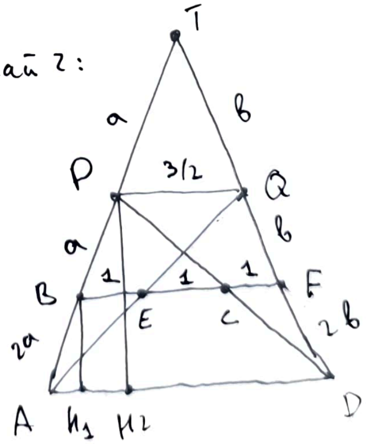
$x=1$ единственный корень, (при $x>-2$ $\ln(x+3)\ln(x+8)$ возрастает, т.к. произ-ая >0) $(f(-2)=0)$

Задача 2

Случай 1:



Случай 2:



$AB\cap DQ = T$

$BC\parallel AD \Rightarrow \frac{PB}{PA} = \frac{BC}{AD}$

$EF\parallel AD \Rightarrow \frac{QF}{QD} = \frac{EF}{AD}$

$BC=EF$ $\Rightarrow \frac{PB}{PA} = \frac{QF}{QD} \Rightarrow \frac{PB}{QF} = \frac{PA}{QD} \Rightarrow PQ\parallel BF\parallel AD$

$BC=EF=2 \Rightarrow \frac{PB}{PA} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \Rightarrow PB = \frac{PA}{3}$

58-41-06-13 (134.1)

Пусть $BA = 2a$, тогда $PB = a$; $QD = 3b$; $QF = b$ (Чистовик)

~~PQ || AD~~ $BF \parallel AD \Rightarrow TB = 10a \Rightarrow TP = 9a$

Случай 1: $\frac{BF}{AD} = \frac{TB}{TA} = \frac{5}{6}$ т.к

Ан-но $TQ = 9b \Rightarrow \frac{PQ}{AD} = \frac{9a}{12a} = \frac{3}{4} \Rightarrow PQ = \frac{3}{4}AD = \frac{3 \cdot 6}{4} = \frac{9}{2}$

$EH_1 = 8 \Rightarrow QH_2 = \frac{3}{2} \cdot EH_1 = 12 \Rightarrow S_{APQD} = \frac{1}{2}(PQ + AD) \cdot QH_2 =$

$= 12 \cdot \frac{1}{2} \cdot (\frac{9}{2} + 6) = 36 + 27 = 63$

Случай 2: $\frac{BF}{AD} = \frac{TB}{TA} = \frac{1}{2} \Rightarrow TP = a$; $TQ = b \Rightarrow \frac{PQ}{BF} = \frac{TP}{TB} = \frac{1}{2} \Rightarrow$

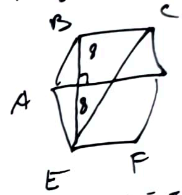
$\Rightarrow PQ = \frac{3}{2}$

$BH_1 = 8$; $PH_2 = \frac{3}{2} BH_1 = 12 \Rightarrow S_{APQD} = \frac{1}{2} \cdot PH_2 (PQ + AD) =$

$= 6(\frac{3}{2} + 6) = 9 + 36 = 45$

Ответ: 45 или 63

Расположение

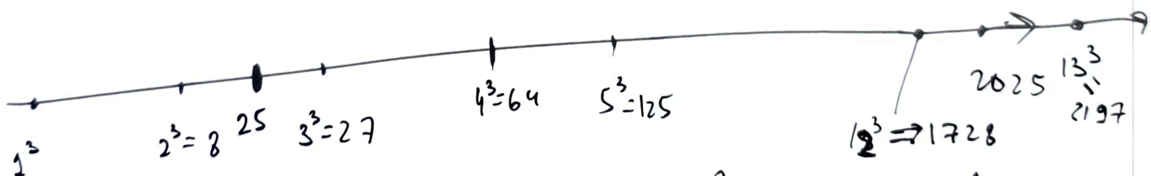


невозможно, т.к тогда $CE > 8$, но $CE = 8$

Задача 4

$[\sqrt[3]{n}] = t$, $t \in \mathbb{Z}$, что $t^3 \le n$; $(t+1)^3 > n$

для $n = a^3$ $[\sqrt[3]{n}] = a$



Любое $n \in (t^3; (t+1)^3)$ $[\sqrt[3]{n}] = t$. Сколько чисел в пром-ке $[t^3; (t+1)^3)$ кратны t? $t^3 \vdots t$. $(t+1)^3 = t^3 + 3t^2 + 3t + 1 \Rightarrow$ в пром-ке $3t^2 + 3t + 1$ число $\Rightarrow$ кратны t $3t + 3$ числа.

Тогда нам подходят числа t^3, 26 и $3t+3$ числа для $t \in [3; 11]$.

$\sum_{t=3}^{11} 3t + 3 = 27 + 3(3 + 4 + \ldots + 11) = 27 + 3 \cdot 63 = 189 + 27 = 216$

$3 + 4 + \ldots + 11 = \frac{11 \cdot 12}{2} - 3 = 63$

между 25 и 27 подходит только 26, между 12^3 и 2025 подходят числа кратные 12 от 1740 до 2016 вкл-но это 24 числа

Итого: $1 + 10 + 216 + 24 = 251$

Задача 5 (Чистовик)

$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geqslant 2$ при Коши. равенство в $x=y$

$\frac{\sqrt{xy}}{x+y}\leq\frac{1}{2}$ рав-во в $x=y$

если $x=y$ то $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y}=\frac{a}{2}+2$ при $\forall a$

$\left(\frac{x}{y}+\frac{y}{x}-2\right)+a\left(\frac{\sqrt{xy}}{x+y}-\frac{1}{2}\right)\geqslant 0$

$a\geqslant\frac{(-1)(x^2+y^2-2xy)\cdot 2(x+y)}{xy\,(2\sqrt{xy}-x-y)}$

$a\geqslant\frac{(-1)(x-y)^2\cdot 2\cdot(x+y)}{xy\cdot(-1)(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}$ при $\forall x,y>0$, $x\neq y$

$a\geqslant\frac{(x-y)^2\cdot 2(x+y)}{xy(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}$

$\frac{\cancel{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2\cdot 2(x+y)}{xy\,\cancel{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^2}}\Rightarrow a\geqslant\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2\cdot 2(x+y)}{xy}$

Пусть $\sqrt{x}=a$; $\sqrt{y}=b$ и пусть $b=const$

$a\geqslant\frac{(a+b)^2\cdot 2(a^2+b^2)}{ab}=f(a)$

$f'(a)=\frac{ab(2(a+b)\cdot 2(a^2+b^2)+4b(a+b)^2)-2b(a+b)^2(a^2+b^2)}{a^2b^2}=$

$=\frac{4ab(a+b)(a^2+b^2)+4ab^2(a+b)^2-2b(a+b)^2(a^2+b^2)}{a^2b^2}$

~~Зафиксируем y в функции~~ $f(x) = \frac{x}{y} + \frac{y}{x} + \frac{a\sqrt{xy}}{x+y} - \frac{a}{2} - 2 =$ (чистовик)

$$f(x) = \frac{(x-y)^2}{xy} - \frac{a\left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2}{2(x+y)}$$

~~$f(y)=0$~~

~~Если $x \neq y$, то~~

$f(y)=0$ ~~Если~~ Нужно найти a, где при $\forall x, y$

$f(x) \geq 0$; $f(x) = \left(\sqrt{x}-\sqrt{y}\right)^2 \left(\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}{xy} - \frac{a}{2(x+y)}\right)$

$$\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}{xy} \geq \frac{a}{2(x+y)}$$

$$\Updownarrow$$

$\frac{2\left(x+y+2\sqrt{xy}\right)(x+y)}{xy} \geq a$ при $\forall x \Rightarrow$ функция ~~$g(x)$~~

$g(x) = \frac{2\left(x+y+2\sqrt{xy}\right)(x+y)}{xy}$ должна иметь минимум, $\Rightarrow$ и было вйн ≥ 0

должна иметь $g'(x)=0$. ~~Но $x+y+2\sqrt{xy} > 0$ и возрастает.~~

~~$x+y > 0$ и возрастает $\Rightarrow$~~

$\frac{x+y}{\sqrt{xy}} \geq 2$ т.к. по Коши $x+y \geq 2\sqrt{xy}$

~~$\frac{\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}{\sqrt{xy}} \geq 0$~~

~~$\Rightarrow \sqrt{x} = \sqrt{2y-\left(\sqrt{y}\right)^3} \Rightarrow$ ...~~

$\Rightarrow g(x) \geq \frac{4\left(\sqrt{x}+\sqrt{y}\right)^2}{\sqrt{xy}} \geq 4$ ~~$h(y) \Rightarrow$~~ для $\forall y$, что $g(x)$ должно

~~функция в ...~~ ≥ 0. А значит ~~ответ~~ подходит только $a = 0$

~~но оно~~

Исследуем $\frac{(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2}{\sqrt{xy}}$. Заменим $\sqrt{x}$ на t, $\sqrt{y}$ на p

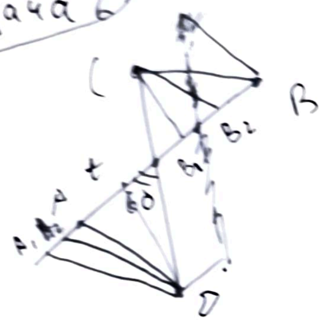
$$h(t)=\frac{(t+p)^2}{tp}=\frac{t^2+p^2+2pt}{tp}=\frac{t}{p}+\frac{p}{t}+2 \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ $h(t)\geq 4 \Rightarrow h(x)\geq 4 \Rightarrow$ Значит $a>16$ точно не подходят

$g(x)\geq 16 \Rightarrow$ при $a\in[0;16]$ при $\forall x,y$ $g(x)\geq a$

Ответ: $a\in(0;16]$

Задача 6



$CD=m$

$\frac{CO}{OD}=k \Rightarrow OC=\frac{mk}{k+1}$; $DO=\frac{m}{k+1}$

Если $AO=t$, $\Rightarrow BO=1-t \Rightarrow$

$\Rightarrow AD=BC \Leftrightarrow \frac{m^2k^2}{(k+1)^2} = \frac{mtk}{k+1} =$

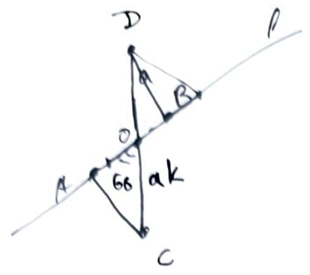
$= k^2-k+kt-2t+1$ Значит нужно найти при каких m,k $\exists t$, что это верно.

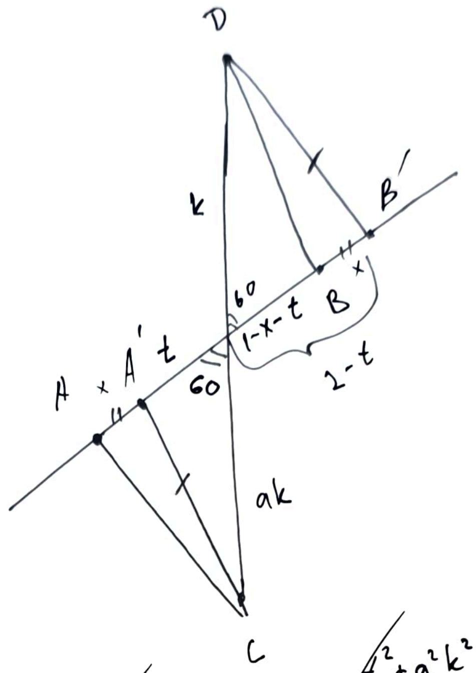
Чистовик

(Черновик)

$CD = m$

$\frac{CO}{OD} = k$





$\sin 30 = \frac{1}{2}$

$\cos 60 = \frac{1}{2}$

$CD = m$

$a(k+1) = m$

$a = \frac{m}{k+1}$

1 3

$\frac{1}{3} + \cancel{3} + \frac{a\sqrt{3}}{4} \geq \frac{a}{2} + \cancel{2}$

1

$a\left(\frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{2}{4}\right) \geq -\frac{4}{3}$

$\cancel{t^2} + a^2k^2 - atk =$

$= k^2 + 1 + \cancel{t^2} - 2t - k + kt$

$a^2k^2 - atk = k^2 - k + kt - 2t + 1$

$\frac{m^2k^2}{(k+1)^2} - \frac{mtk}{k+1} = k^2 - k + kt - 2t + 1$

k^2+2k+1

$m^2k^2 - mtk^2 - mtk = k^4 + 2k^3 + k^2 - k^3 - 2k^2 - k + k^3t$

$k^2(a-1) + k - 1 = t(ak + k - 2)$

$\frac{k^2(a-1) + k - 1}{ak + k - 2} = t$

Это ~~...~~ ~~...~~ Эти k нам подходят, если $t \neq 0$ $t \neq 1$ и

$ak + k - 2 \neq 0$ $\frac{mk}{k+1} + k \neq 2$

черновик

$$2\log_4^2(x+3)\cdot\log_9^2(x+8)\le\log_3(x+3)\cdot\log_2(x+8)-2$$

$4 = 2^2$, $9 = 3^2$

$x>-3$

$$\frac{1}{8}\log_2^2(x+3)\cdot\log_3^2(x+8)\le\log_3(x+3)\log_2(x+8)-2$$

$$\frac{1}{8}\cdot\frac{\ln^2(x+3)\cdot\ln^2(x+8)}{(\ln 2)^2\cdot(\ln 3)^2}\le\frac{\ln(x+3)}{\cancel{\ln 3}}\cdot\frac{\ln(x+8)}{\cancel{\ln 2}}-\frac{2\ln 3\ln 2}{\cancel{4\ln 3\ln 3}}$$

$3t+3$

$$\boxed{\frac{1}{8}\cdot\frac{a^2b^2}{\ln 2\ln 3}}\le ab-2\ln 3\ln 2$$

$a>0$

$b>0$

$(t^2+2t+1)(t+1)=$

$=t^3+2t^2+t+$

$+t^2+2t+1=$

$=t^3+3t^2+3t+1$

$ab=t$

$64\cdot10$

-22

37

$37 \mid \frac{3}{12}$

$\cancel{3(t+1)^3}$

$\cancel{8t^3} \le (t+2)^3$

$t^3 \; \cancel{3}t^2+3t+1$

$\|$

$t^3 \quad (t+1)^3$

$$\frac{t^2}{8\ln 2\ln 3}\le t-2\ln 2\ln 3$$

t^3+t

t^3+2t } t

t^3+t^2

t^3+t^2+t

$+2t$

t^3+2t^3

$10^3=1000$

$20^3=8000$

$$t^2-8t\ln 2\ln 3+16(\ln 2\ln 3)^2\le 0$$

$$(t-4\ln 2\ln 3)^2\le 0$$

$t^2+16(\ln^2 2\ln^2 3)-8t$

$t=4\ln 2\ln 3$

$ab=4\ln 2\ln 3$

$\ln(x+3)\ln(x+8)=4\ln 2\ln 3$

$\times\, 144$

12

288

144

1728

$n\vdots[\sqrt[3]{n}]$

$2<\sqrt[3]{9}<3$

$x=1$

$\ln 4=2\ln 2$

$\ln 9=2\ln 3$

$\times\,169$

13

507

169

2197

125

-64

$61 \mid \frac{4}{15}$

-4

21

$\le[\sqrt[3]{n}]\le n$

$\|$

t, что

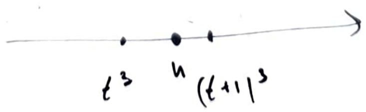
$$\boxed{\begin{matrix}t^3\le n\\(t+1)^3>n\end{matrix}}$$

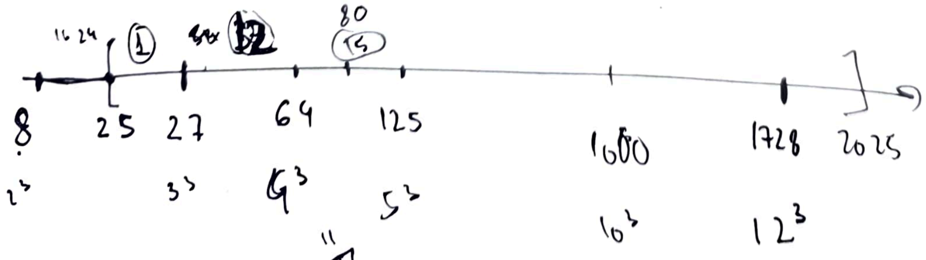
$n\vdots t$

$n\ge t^3$

$n<(t+1)^3$

$[\sqrt[3]{80}]=4$





$$\sum_{3}^{11} 3t+3$$

20 команд $\frac{20\cdot19}{2} = 190$ игр (Черновик)

+3 очка в сумму $a, b \vdots 3$

$2a_1 - 19b = 57$

190 · 3 = 570 очков

$a_1 \geq 19b$

от 0 до 57

$a_1 \quad a_1 - b \quad a_1 - 2b \quad a_1 - 3b \quad \dots \quad a_1 - 19b$

$2a_1 - 19b \geq 38b - 19b = 19b$

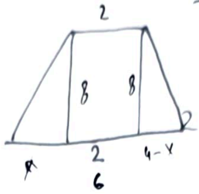
$S = 20a_1 - b(1+2+\dots+19) = 20a_1 -$

$19b \geq 57$

$- b\frac{19\cdot20}{2} = 20a_1 - 190b = 570$

$b \geq 3$

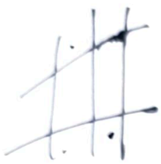
$b = 3 \Rightarrow a_1 = 57.$

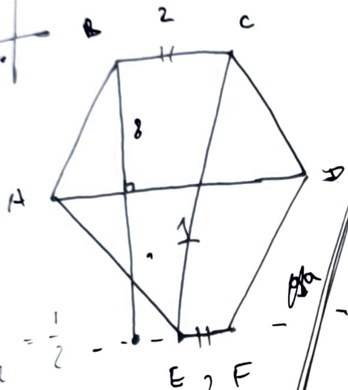


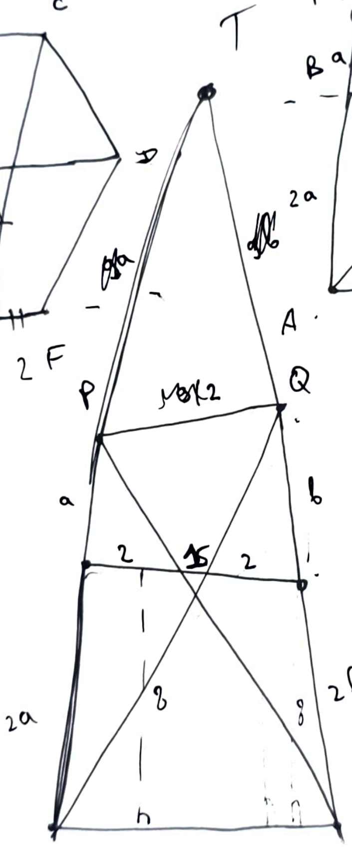
$2a_1 - 19\cdot 6 = 57$

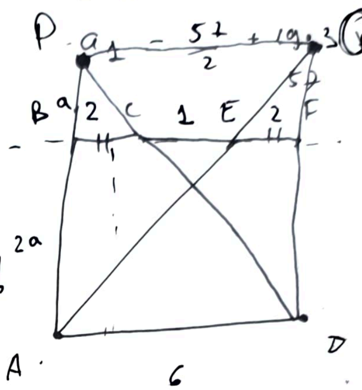
$2a_1 = 57 + 19\cdot 6$

$a_1 = \frac{57}{2} + 19\cdot 3$









$\frac{9}{12} = \frac34$

$\frac{a}{6} = \frac34$

$a = \frac{18}{4} = \frac92$

$\frac{a}{3} = \frac{9}{10}$

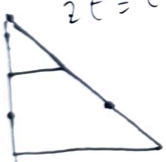
$\frac{t}{t+2} = \frac12$

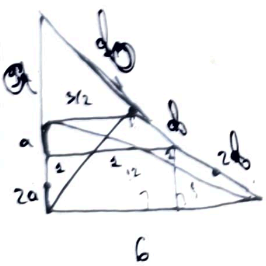
$2t = t + 2$

$\frac{t}{t+2a} = \frac56$

$6t = 5t + 10a$

$t = 10a$





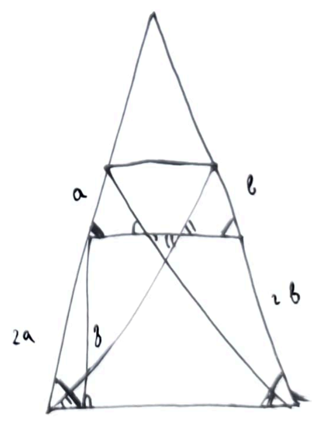
$\frac{12}{2}\left(\frac32 + 6\right)$

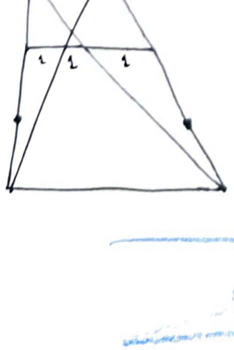
6

$\left(6 + \frac92\right)6$

$36 + 27$

$36 + 9$





Черновик

в $x=t$ 0

$(x^{-1})' = -1\cdot x^{-2}$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha$

$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$

$$\frac{x}{t}+\frac{t}{x}+\frac{a\sqrt{tx}}{t+x}-\frac{a}{2}-2\geqslant 0$$

$$\frac{1}{t}-\frac{t}{x^2}+\frac{at}{2\sqrt{tx}(t+x)}-\frac{a\sqrt{tx}}{(t+x)^2}=0$$

$$\sin\alpha\cos\beta=\frac{\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)}{2}$$

$$\frac{1}{t}+\frac{at}{2\sqrt{tx}(t+x)}=\frac{a\sqrt{tx}}{(t+x)^2}+\frac{t}{x^2}$$

$x \to y$ $t>0$ $x>0$ $x,y\neq 0$

$$\sin x+\sin y=2\sin\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$$\cos x+\cos y=2\cos\left(\frac{x+y}{2}\right)\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

$x+y=p$ $xy=t$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{x^2+y^2}{xy}=\frac{p^2-2t}{t}$$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a}{2}\geq\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y}\geqslant\cancel{\frac{a}{2}}+2$$

$a^2+b^2\geqslant 2ab$

$x+y\geqslant 2\sqrt{xy}$

$t+\frac{1}{t}\geqslant 2$ $t=\frac{1}{t}\Rightarrow\frac{x}{y}=\frac{y}{x}\Rightarrow$ $\Rightarrow x=y$

$2+\frac{a}{2}\geqslant\frac{a}{2}+2$

$\frac{2}{3}+\frac{3}{2}=\frac{4+9}{6}=\frac{13}{6}$

$a\neq t$

$\frac{1}{2}+2+\frac{a\sqrt{2}}{3}\geqslant$ $t+\frac{1}{t}\geqslant 2$

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y}\geqslant 2+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y}$$

$$\frac{\sqrt{xy}}{x+y}\leq\frac{x+y}{2(x+y)}$$

$$\left(\frac{x^2+t^2}{tx}\right)'=\frac{2x^2t-tx^2-t^3}{t^2x^2}$$

$$\frac{a}{2}+2\ ?\ \frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y}\leq\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a}{2}$$

$$\frac{\sqrt{xy}}{x+y}\leq\frac{1}{2}$$

$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geqslant 2$

равенство в $x=y$

рав-во в $x=y$

$$\frac{1}{5}+5+\frac{a\sqrt{5}}{6}\geqslant\frac{a}{2}+\cancel{2}$$

3

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a}{2}\geqslant\frac{x}{y}+\frac{y}{x}+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y}\geqslant 2+\frac{a\sqrt{xy}}{x+y}$$

$$\frac{16}{5}+\frac{a\sqrt{5}}{6}\geqslant\frac{a}{2}$$

в $x=y$ $\vee\ \frac{a}{2}+2$

$$\frac{16}{5}\geqslant\frac{a}{2}\left(1-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)$$

$$\frac{p^2-2t}{t}+\frac{at}{p}\geqslant\frac{a}{2}+2$$

$1+\frac{a2\sqrt{2}}{3}\geqslant a$

$$a\leq\frac{32}{5\left(1-\frac{\sqrt{5}}{3}\right)}$$

$1\geqslant a\left(1-\frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$

$$\frac{p^2}{t}-2+\frac{at}{p}\geqslant\frac{a}{2}+2$$

$$a\leq\frac{1}{1-\frac{2\sqrt{2}}{3}}$$

$$\frac{p^2}{t}+\frac{at}{p}\geqslant\frac{a}{2}+4$$

$$\left(\frac{a\sqrt{tx}}{t+x}\right)'=\frac{(t+x)\frac{at}{2\sqrt{tx}}-a\sqrt{tx}}{(t+x)^2}=\frac{at}{2\sqrt{tx}(t+x)}-\frac{a\sqrt{tx}}{(t+x)^2}$$

Черновик