



дешифр

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА**

Вариант 7-8

Место проведения Челябинск
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников Токори Варабьева горка!
наименование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Скирко Тимур Вячеславович
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Самостоятельный вход: 14:35-14:38

Дата

«6» апреля 2025 года

Подпись участника

69-63-70-47
(151.3)

Тася
Ульянова

Чистовик 1
Задача 1

~~Вопрос~~ т.к. яблоки больше всего,
а картошки меньше, то яблок больше,
Если в условии имеется ввиду, что
все пирожки есть хотя бы по
разу, то есть 4 с картошкой,
5 с яблоком и 1 с капустой,
и 1 с машинкой и 1 с кубиком и
еще $13 - 4 - 5 - 1 - 1 = 1$ с чем-то,
но не с картошкой. Тогда для $\min \Sigma$
нужно чтобы он стоял \min , а
т.к. не картошка, то с капустой
 $\min \Sigma$ равна $60 \cdot 4 + 70 \cdot 2 + 80 \cdot 5 + 90 + 100 = 970$ рублей, а для $\max \Sigma$
нужно, чтобы было он был
 \max , т.е. с кубиком, а $\max \Sigma$ равна
 $60 \cdot 4 + 70 + 80 \cdot 5 + 90 + 100 \cdot 2 = 1000$ руб.
лей.

Если же в условии это не имеется
ввиду, то тогда есть 4 с картош-
кой, 5 с яблоками и $13 - 4 - 5 = 4$ с чем-
то, но не с картошкой. Тогда для
 $\min \Sigma$ эти 4 должны быть \min , но
т.к. не картошка, то с капустой и

~~и~~ ^{читаем} Σ ²⁴⁰ равно $60 \cdot 4 + 70 \cdot 4 + 80 \cdot 5 = 920$ руб.
 а для $\max \Sigma$ эти 4 должны быть
 $\max \Rightarrow$ с клубничкой $\Rightarrow \max \Sigma$ равно
 $60 \cdot 4 + 80 \cdot 5 + 100 \cdot 4 = 1040$ руб.

P.S. Σ - сумма; \min - минимум;
 \max - максимум. Во всех случаях удовлет-
 ворят условию, т.е. с карточкой 4,
 аи у всех меньше чем у яблок.

Чистовик 3

Задача 2

Ответ: 2035

$$2035 : (20 + 35) \quad (\text{т.к. } 2035 : 55 = 37)$$

Предположим, что есть 2. Меньше.

Тогда оно имеет вид $\overline{20ab}$, где

$$25 < \overline{ab} < 35. \quad \text{Тогда:}$$

$$2000 + \overline{ab} : (20 + \overline{ab})$$

$$1980 : (20 + \overline{ab})$$

Выходит $1980 : \overline{ab}$ нашла от 46 до 54,
~~но она не может быть~~ а значит \overline{ab} не

может быть от $46 - 20 = 26$ до $54 - 20 = 34$, но оно имеет т.ч. $25 < \overline{ab} < 35$,

но оно такое - противоречие.

Значит ≤ 2035 нет.

Ответ: 2035.

Чистовик 4
Задача № 4

~~В~~ Заметим, что каждая точка не лежит на одной из прямой вместе, ~~то~~ равно 1 точкой. На исходном рисунке для A — это точка D .

Поставить A можно 6 способами, далее, она лежит на 2 прямой и только одна точка не лежит на одной из них. Чтобы все условия выполнялись A должна быть на одной прямой с $B, C, E, F \Rightarrow$ нет ~~нет~~ с $D \Rightarrow$ эта теперь точка D .

Далее поставить B можно 4 способами. После этого на прямой AB осталась 1 точка \Rightarrow она C, E и D лежат на одной прямой, т.к. D не лежит только B, A , и на этой прямой осталась 1 точка, значит она F , а осталась E . Тогда все условия выполняются, т.к. A, B, C и D, E, F будут на одной прямой по построению CD и AF останется на месте, на которой будет E соответственно, а значит и две другие прямые верные.

числовым 5²
А значит всего способов $5 \cdot 4 = 24$
Но т.к. требуется "другие способы"
то такových $24 - 1 = 23$
Ответ: 23 других способов.

Чистовик 6

Задача № 5

Предположим, что они встретятся на середине ровной. Тогда встреча произойдет через $10 \text{ м} : 7 \text{ м/с}$

$= 10 \text{ с} \Rightarrow V = (10 \text{ м} + 7 \text{ м}) : 10 \text{ с} = 1,7 \text{ м/с}$,
тогда выдру сместится на 10 м

$(10 \cdot \frac{2}{1,7}) \text{ м}$, а выдру на $\frac{1,7 \text{ м/с} \cdot 2 \text{ м/с}}{10 \text{ м} \cdot 7 \text{ м/с}} = 10 \text{ м}$, но $10 \cdot \frac{2}{1,7} \neq 10 \text{ м} \Rightarrow$ они не

встретились, а мы предположили, что встретились - противоречие!

Предположим, что они встретились на промежутке (А; середина).

Тогда в момент, когда выдру была на середине комнаты, то

она должна была сместиться также, как и выдру, т.к. дальше их

будут смещать с одинаковой скоростью. Но выдру сместится на $\frac{(10 \text{ м} + 7 \text{ м})}{V} \cdot 7 \text{ м/с} = \frac{17}{V} \text{ м}$, а выдру

на $\frac{10 \text{ м}}{V} \cdot 2 \text{ м/с} = \frac{20}{V} \text{ м}$, а $\frac{17}{V} \neq \frac{20}{V}$ -

противоречие

Значит они встретились на

Чистовик 7
 промежуток (середина, \varnothing). Тогда
 по аналогии с предыдущим случаем
 к моменту, когда шарра добралась
 до середины ее скорость было
 смести одинаково. Шарра сместил
 на $\frac{10 \text{ м}}{1 \text{ м/с}} \cdot 1 \text{ м/с} = 10 \text{ м}$. Значит
 и выдра сместил на 10 м, значит
 она была по камню уже $\frac{10 \text{ м}}{2 \text{ м/с}} =$
 $= 5 \text{ с}$. Шарра была $\frac{10 \text{ м}}{1 \text{ м/с}} = 10 \text{ с}$;
 значит выдра шла $10 \text{ с} - 5 \text{ с} = 5 \text{ с}$.
 значит $V = \frac{7 \text{ м}}{5 \text{ с}} = 1,4 \text{ м/с}$. Тогда
 расстояние между ними
 $10 \text{ м} - 1,4 \text{ м/с} \cdot 5 \text{ с} = 3 \text{ м}$. Их вертикаль
 камня v сближения $1 \text{ м/с} + 1,4 \text{ м/с} =$
 $= 2,4 \text{ м/с}$. Тогда они встретятся
 еще через $\frac{3 \text{ м}}{2,4 \text{ м/с}} = 1,25 \text{ с}$. Тогда
~~весь шарра~~ расстояние до сре-
 дины будет $1 \text{ м/с} \cdot 1,25 \text{ с} = 1,25 \text{ м}$.
 это будет min, т.к. единствен-
 ное возможное. Ответ: 1,25.

Чистовик 8

Задача №6

Ответ: $\frac{2024}{2025}$

Заметим, что если вычесть из всех чисел в наборе 1 и то же самое, то размах набора не изменится.

Пусть в наборе (x_1, \dots, x_{2025}) наименьшее число равно a . Тогда набор равен $(a+r_1, a+r_2, \dots, a+r_{2025})$, где $r_i = x_i - a$.

П.к. размах набора равен 1, то для $\max x_j$ $r_j = 1 - 0 = 1 \Rightarrow 0 \leq r_i \leq 1$.

Рассмотрим набор $(y_1, y_2, \dots, y_{2025})$

$$\begin{aligned} \text{В нем } y_1 &= a + \frac{r_1}{1}, y_2 = a + \frac{r_1}{1} + \frac{r_2}{1}, y_3 = a + \frac{r_1}{1} + \frac{r_2}{2} + \frac{r_3}{2} \\ &= a + \frac{r_1 + r_2}{2}, y_3 = a + \frac{r_1 + r_2 + r_3}{2} \\ &= a + \frac{r_1 + r_2 + r_3}{3}, \dots, y_{2025} = a + \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_{2025}}{2025} \end{aligned}$$

т.е. $y_i = a + \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_i}{i}$. Тогда вычтем из всех чисел этого набора a . Получим набор с тем же размахом,

где $y'_1 = \frac{r_1}{1}, y'_2 = \frac{r_1 + r_2}{2}, \dots, y'_{2025} = \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_{2025}}{2025}$.

П.к. $r_i \geq 0$, то $y'_i \geq \frac{0 \cdot 2025}{2025} = 0$. П.к. какое то $r_i = 0$ (т.е. одно из чисел равно a), то $y'_i = 0$.

Чистовики
 $x_2 = a$, т.к. $a - a = 0$, и $r_i \leq 1$
 ~~$r_i \leq 1$~~

Пусть $\max y'$ равна $\frac{r_1 + r_2 + \dots + r_k}{k}$
 а $\min y'$ равно $\frac{r_1 + r_2 + \dots + r_m}{m}$.

Положим k размах равен $\frac{r_1 + r_2 + \dots + r_k}{k} - \frac{r_1 + r_2 + \dots + r_m}{m}$

~~$k < 2025$, то это k км~~
~~тогда $r_i \geq 0$~~ $r_{\max}(k, m)$ нет 0

Пример на $\frac{2024}{2025}$.

~~$x_1 = x_2 = \dots = x_{2024}$~~ $x_1 = 0; x_2 = x_3 = \dots = x_{2025} = 1$.
 Размах первого набора $y_1 = 0$
 $y_{2025} = \frac{2024}{2025} \Rightarrow$ размах второго
 $20 \geq \frac{2024}{2025} - 0 = \frac{2024}{2025}$

число 10

Задача 3

ответ: 16

Пример

1	1	0	1	1
1	1	0	1	1
0	0	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	0	1	1

1 равно 16. На в каждой трех
клетках подряд не 3 1, три
1, что и требовалось.

Черновик 2024 3-3 + 8.4 + 6.7 6.7

2025

0 2 3 4 5 7

9	9	9	01	01
01	01	01	01	01
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1
7	7	7	7	7

6 4 + 32 + 9 = 6 + 7 = 47

5 7 = 83

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

3 4 8 12 5 5

39 24 - 2 25 17 64 16 100 25 10 6 + 4 + 3 +

6 9 4 2 2 2 4

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

77 2024 15 3/0

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

2025 100

1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1
1	1	1	1	1

2 + 1 1 1

$(m + E_2 + \dots) \leq r \leq 1$

$(10 + 17) \sqrt{20}$

$(V + 1) \sqrt{10}$

$\frac{10V - 77}{V(V + 1)}$

$\frac{30 - 10}{24} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4} = \frac{1}{4} + 1$

$\frac{20}{25} = \frac{4}{5}$

$\frac{27}{V + 1}$

дешев

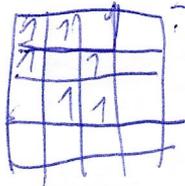
Черновик 2

4

карт 10 2000+x

a₁

$$\frac{2000-20}{1980} = \frac{1980}{20+y}$$



$$\frac{100x}{x+y} = \frac{100y}{x+y}$$

$$(a+b)a =$$

$$\frac{9x}{ab} = \frac{x+a}{cd} = \sqrt{\frac{ab}{cd}}$$

A

B E

C F

abcd

$$\frac{180}{250} = \frac{29}{50}$$

$$20x(20+y) > 45$$

a₁

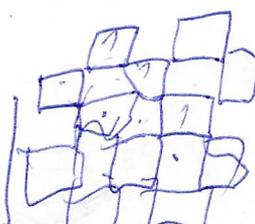
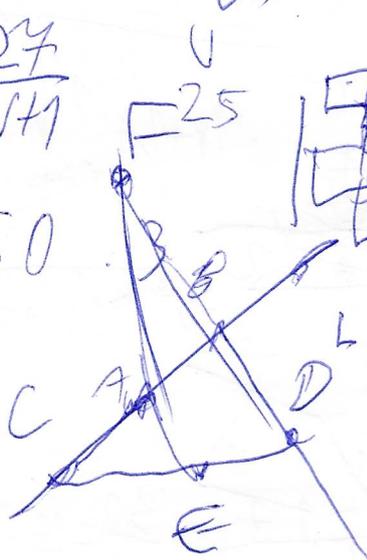
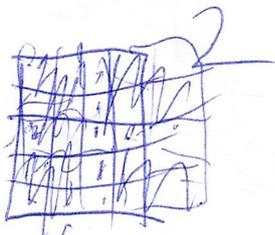
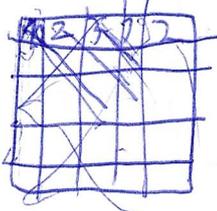
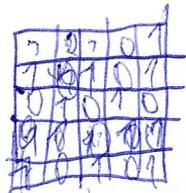
$$9+4=13$$

$$45 \cdot 9$$

$$x_1 + x_2$$

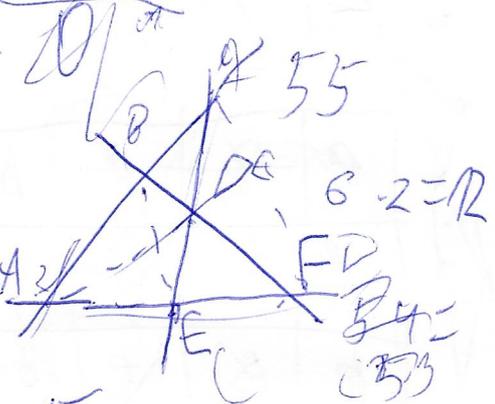
$$\frac{27}{v+1}$$

60



$$\frac{18980}{12980} = \frac{45}{44} \Rightarrow 45.44$$

$$\frac{12025}{1657} = \frac{55}{387}$$



$$\frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7}{30} = \frac{2 \cdot 49}{55}$$