0 140035 690002

14-00-35-69
(151.2)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант ____________

Место проведения Казань
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы"
наменование олимпиады

по математике
профиль олимпиады

Багаутдинова Артёма Маратовича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата «05» апреля 2025 года

Подпись участника

14-00-35-69
(151.2)

задача № 1 Чистовик 90 (девяносто) [illegible]

Стоимость 4 пирожков с картошкой = $60 \cdot 4 = 240$ руб.
Пирожков с яблоком ≥ 5 т.к с картошкой 4 т.е их минимум 5.
Пирожков с капустой; с малиной; с клубникой ≥ 1 каждого вида.
$4+5+1+1+1 = 12$ пирожков, а всего их 13.
13-ым может быть любой кроме того, что с картошкой т.к их 4. Наименьший по стоимости из них - с капустой, наибольший - с клубникой т.е
наименьшая сумма равна $60 \cdot 4 + 80 \cdot 5 + 70 \cdot 2 + 90 + 100 = 780 + 190 = 970$
наибольшая сумма равна $60 \cdot 4 + 80 \cdot 5 + 70 + 90 + 100 + 100 = 1000$.
Все условия соблюдены.

Черновик

$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d \vdots (10a + b + 10c + d)$

$1000a + 100b + 10c + d \mid 10a + b + 10c + d$
$10a + b + 10c + d \quad 1$

$2086 \mid 156$
168
856

$k = 1; 3; 9; 11; 33; 99$

$1 + \frac{990a + 99b}{10a + b + 10c + d}$

$k(10a + b)$

$10c + d \vdots 10a + b$

$1 + \frac{99(10a+b)}{10a + b + 10c + d}$

$\overline{cd} \vdots \overline{ab}$

10

$\overline{ab} + \overline{cd} \vdots 9$

$99 = 3 \cdot 3 \cdot 11$

2040

2000

$\overline{cd} \vdots \overline{ab}$

$10c + d = 0 \cdot (10a + b)$
$10c + d = 2(10a + b)$
$10c + d = 8(10a + b)$
$10c + d = 10(10a + b)$
$10c + d = 32(10a + b)$
$10c + d = 98(10a + b)$

$\frac{99 \cdot (20)}{20 + 25}$

2016

$\frac{99 \cdot 20}{45}$

$2024 \mid 44$

$= 1012 \vdots 22$

$= 506 \vdots 11$

$\frac{99 \cdot 20}{36}$

$\frac{99 \cdot 4}{9}$

49,5

$a = 2$
$b = 0$
$c = 2$
$d = 3$

$\frac{11 \cdot 20}{4}$

$2040 \vdots 60$

2034

$99(\overline{ab})$

$\frac{2034}{54}$

$2034 \mid 54$
162
414

$\overline{20ab}$

$\frac{\overline{abab} - \overline{ab}}{\overline{ab} + \overline{cd}}$

$1980 \vdots 20$

$d = 5; 0$

$2035 \mid 55$

$1980 = 990 \cdot 2$

$\frac{1980}{20 + \overline{cd}}$

$= 495 \cdot 4 = 99 \cdot 5 \cdot 4$

407

$495 \cdot$

$= 3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2$

33 15 12

55 44 20

14-00-35-69
(151.2)

задача №2 Чистовик

$\overline{abcd} = 1000a + 100b + 10c + d$

$1000a + 100b + 10c + d : (\overline{ab} + \overline{cd}) = 1 + \frac{990a + 99b}{10a + b + 10c + d}$

$\Rightarrow \frac{990a + 99b}{10a + b + 10c + d} \in Z$

$\frac{99(\overline{ab})}{\overline{ab} + \overline{cd}} \in Z$

Предположим, что ближайшее такое число находится в той же сотне, тогда $\overline{ab} = 20$; $\overline{cd} > 25$

$\frac{1980}{20 + \overline{cd}} \in Z$

$1980 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 \cdot 11$ допустим $20 + \overline{cd}$ - двузначное, тогда $\overline{cd}$ = двузнач. делитель 1980 минус 20

1980 ⋮ 45; 99; 12; 36; 10; 60; 20; 44; 55; 33; 22; 15; 18; 66

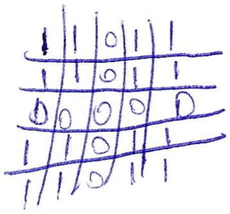
для $\overline{cd} > 25$ подходят 99; 55; 60; ~~55~~; 66 из них наименьшее 55.

Проверяем

$2035 : 55 = 37$

Ответ: 2035

Черновик



16 ед

$3 \cdot 5 \cdot 2 = 30$

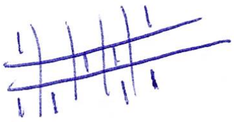
~~32 троек~~

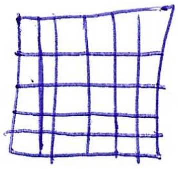
$\left[\frac{50}{3}\right] = 16$

48 троек

≤ 20

32

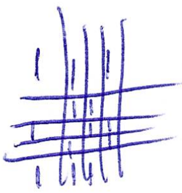




$\frac{4}{9}$

$\left[\frac{25 \cdot 4}{9}\right]$ 11

100

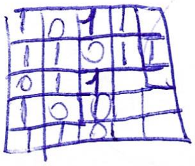


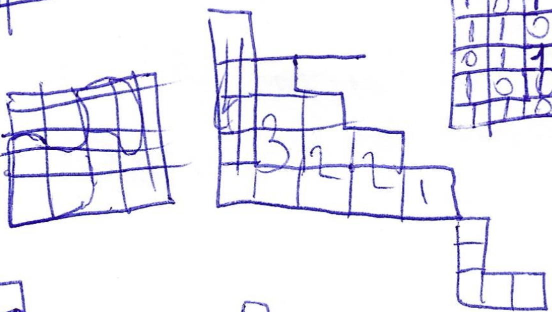
3

$2 \cdot 3$

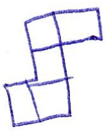
6 км

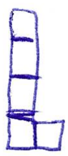
4 макс

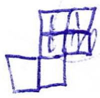




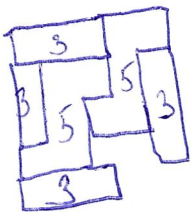
$\leq$ 14 км





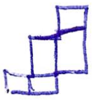


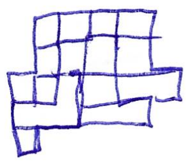
$\frac{5}{9}$



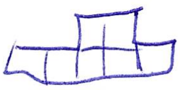
$3 + 3 + 2 \cdot 3$

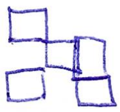
1

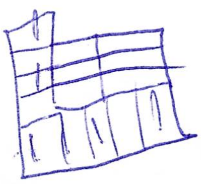


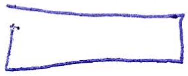


$3 + 5 + 4 \cdot 2$









Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

14-00-35-69
(151.2)

Задача №3 Чистовик

В каждой тройке не больше двух единичек и не меньше 1 нуля.

~~Рассмотрим фигуры~~

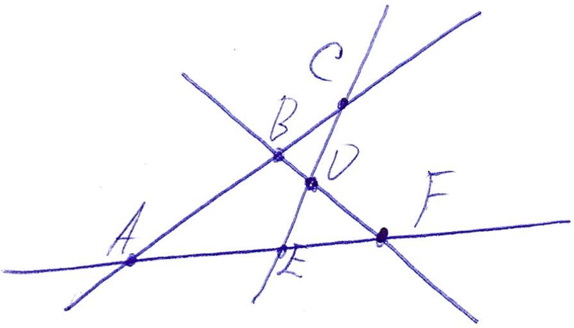
~~- не больше 2ед~~ ~~- не бол~~

значит во всей фигуре не больше $\left[25 \cdot \frac{2}{3}\right]$ - единиц т.е ≤ 16

пример:

1	1	0	1	1
1	1	0	1	1
0	0	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	0	1	1

Черновик



Отметим точки, принадлежащие 1 прямой:

AEF; BDF; ABC; CDE;

От каждой точки есть прямая к 4 и нету к 1 т.е если определить положение точки A, то D может быть только около 1 точки для соблюдения условия.

Всего 6 вариантов расположения A, тогда для E 4 варианта т.к она лежит на одной прямой с A. Расположив точки A и E будет понятно, где будут находится другие т.к A и D не на 1 прямой, E и B не на одной прямой. ~~C не находится на AEC при том~~ 4 точки уже распределены и при том прямой AEC не существует т.е понятно где будет C.

Тогда новых вариантов $6 \cdot 4 - 1 = 23$

Ответ: 23

Черновик

$y_1 = x_1 = 2y_2 - x_2 = 3y_3 - x_2 - x_3$

$y_n = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

$y_n \le x_k + 1$

$y_n \le \frac{nx_k + n - 1}{n}$

x_k - минимальное

$\frac{2024 \cdot 2 + 1}{2025}$

$y_n \le x_k + \frac{n-1}{n}$

$\frac{2025x_1 + 2024}{2025}$

Задача№ 6 Чистовик.

Так как размах набора чисел $(x_1, \dots, x_{2025})$ $=1$, то y_n при x_k - наименьшее число набора $(x_1, \dots, x_{2025})$ $\leq \frac{nx_k+n-1}{n} = x_k + \frac{n-1}{n}$, тогда n-кол-во слагаемых максимальное y_n достигается при $n=2025$ т.е $x_k + \frac{2024}{2025}$, а минимальное при при $n=1$ $y_k = x_k$ т.е размах равен $\frac{2024}{2025}$.

Пример: $x_1 = 1$; $x_2 = x_3 = \dots = x_{2025} = 2$, тогда $y_1 = 1$; $y_{2025} = \frac{2025x_1 + 2024}{2025} = 1 + \frac{2024}{2025}$

Ответ: $\frac{2024}{2025}$