0 158887 550009

15-88-87-55
(144.3)

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
имени М.В.ЛОМОНОСОВА

Вариант 10 класс, билет № 6

Место проведения Ростов-на-Дону
город

ПИСЬМЕННАЯ РАБОТА

Олимпиада школьников „Покори Воробьёвы горы!"
наменование олимпиады

по физике
профиль олимпиады

Герасимова Алексея Валерьевича
фамилия, имя, отчество участника (в родительном падеже)

Дата

«04» апреля 2025 года

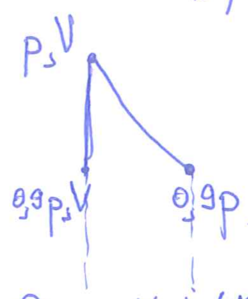
Подпись участника

Герасимов

Черновик

$mgH = \frac{mV^2}{2} + \frac{m\omega^2R^2}{2} = mV^2 \longrightarrow V = \sqrt{gH}$

$0{,}1pV = Q_{12}$



$Q_{23} = pV \cdot \ln\left(\frac{10}{9}\right) = 10Q_{12} \cdot \ln\left(\frac{10}{9}\right)$

$\left(\frac{10}{9}\right)^{10} =$

50 | 19 = 0,2631…

40 | 17 = 0,23529…

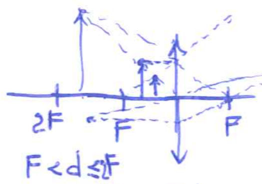
$1{,}1^2 = 1{,}21$

$1{,}21 \cdot 1{,}21 = 1{,}4641$

$1{,}46 \cdot 1{,}46 = 2{,}1316$

$2{,}13 \cdot 1{,}21 = 2{,}5773$

$\frac{\frac{B^2}{M^2} \cdot \frac{\Phi}{m}}{2} = \frac{B^2 \cdot \Phi}{2m^3}$



$F < d \leq F$

$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$

$d < F \longrightarrow f < 0$

$f = \frac{Fd}{d-F}$

$f = \frac{Fd}{d-F}$

$\frac{F}{d-F}$

$\frac{F}{d-F}$ $|d-F| \leq F$ $\Rightarrow$

$\Gamma \leq -1$

$\Gamma > 1$

$d > 2F \Rightarrow -1 < \Gamma < 0$

$-\frac{1}{F} = \frac{1}{d} - \frac{1}{f}$

$f = \frac{Fd}{F+d}$ $\propto \frac{F}{F+d} < 1$

Черновик

Теор	1	2	3	4	Σ
	5	4	5	5	19
Зад	20	20	7	20	67

Σ 86 (восемьдесят шесть)

15-88-87-55
(144.3)

№1 Чистовик

Вопрос:

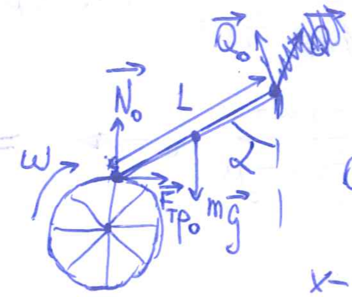
Пусть скорость оси V, радиус торца R, угл. скор. вращ. $-\omega$. Поскольку цилиндр не проскальзывает, то $V = \omega R$. При этом при спуске потенциальная энергия переходит в кинетические энергии поступательного и вращательного движений. В приближении $R \ll L$ (длина цилиндра $\equiv L$) можно пренебречь моментом инерции торцов цилиндра, и тогда общий момент инерции $I = mR^2$ (m — масса цилиндра). Тогда по ЗСЭ:

$mgH = \frac{mV^2}{2} + \frac{(mR^2)\cdot\omega^2}{2} = mV^2 \longrightarrow V = \sqrt{gH}$ +

Ответ: $\sqrt{gH}$.

Задача:

На рисунке указаны силы, действующие на стержень. Запишем условие равновесия:



L — длина стержня

Q_0 — сила реакции шарнира

x — расстояние от шарнира до ц.м. стержня

$\begin{cases} N = mg \\ NL\sin\alpha = mg\frac{L}{2}\sin\alpha + F_{тр}L\cos\alpha \\ F_{тр} = \mu N = \mu mg \end{cases}$

$mgL\sin\alpha = mg\frac{L}{2}\sin\alpha + \mu mgL\cos\alpha \longrightarrow \frac{1}{2}tg\,\alpha$

$\begin{cases} N_0L\sin\alpha = mg\cancel{\frac{L}{2}}x\sin\alpha + F_{тр_0}L\cos\alpha \\ F_{тр_0} = \mu N_0 \longrightarrow N_0 = \frac{F_{тр_0}}{\mu} \end{cases}$

$F_{тр_0}L\left(\frac{\sin\alpha}{\mu} - \cos\alpha\right) = \frac{x}{L}mgL\sin\alpha$

$F_{тр_0}\left(\frac{1}{\mu} - ctg\,\alpha\right) = \frac{x}{L}mg \Rightarrow F_{тр_0} = \frac{x}{L\left(\frac{1}{\mu} - ctg\,\alpha\right)}mg$ +

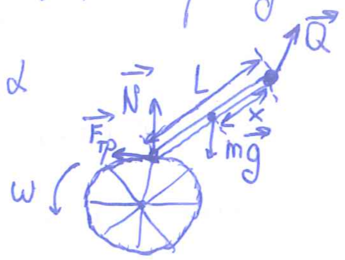
В связи с работой $F_{тр_0}$ энергия вращения колеса обратилась в 0. Тогда:

$\frac{\overset{I}{(MR^2)}\omega_0^2}{2} = \frac{mg \cdot x}{L\left(\frac{1}{\mu} - ctg\,\alpha\right)} \cdot 2\pi R \cdot n_0$ $(n_0 \equiv 160)$ (искомое — n) $(*)$

см. след. стр.

стр. 1, Чистовик

Теперь рассмотрим случай с вращением в обратную сторону:



$$\begin{cases} NL\sin\alpha + F_{тр}L\cos\alpha = mgx\sin\alpha \quad /: L\sin\alpha \\ F_{тр} = \mu N \rightarrow N = \frac{F_{тр}}{\mu} \end{cases}$$

$$F_{тр}\left(\frac{1}{\mu} + ctg\,\alpha\right) = mg\frac{x}{L}$$

$$F_{тр} = \frac{x}{L\left(\frac{1}{\mu} + ctg\,\alpha\right)}mg$$

$$\frac{\overset{I}{(mR^2)}\omega_0^2}{2} = \frac{x}{L\left(\frac{1}{\mu} + ctg\,\alpha\right)}mg \cdot 2\pi R \cdot n \qquad (**)$$

Приравнивая (*) и (**), имеем:

$$\frac{x}{L\left(\frac{1}{\mu} - ctg\,\alpha\right)}mg \cdot 2\pi R \cdot n_0 = \frac{x}{L\left(\frac{1}{\mu} + ctg\,\alpha\right)}mg \cdot 2\pi R \cdot n$$

$$n = \frac{\frac{1}{\mu} + ctg\,\alpha}{\frac{1}{\mu} - ctg\,\alpha}n_0 = \frac{tg\,\alpha + \mu}{tg\,\alpha - \mu}n_0 \ (+) \longrightarrow n = \frac{\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}} \cdot 160 = \frac{4}{2} \cdot 160 = 320$$

Ответ: 320 (+)

см. след. стр.

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

15-88-87-55
(144.3)

№2

Вопрос:

Заметим, что процесс можно схематично записать так:

$① \; 0{,}9p_0; V_0 \xrightarrow[V=const]{} ② \; p_0; V_0 \xrightarrow[T=const]{} ③ \; 0{,}9p_0; \frac{10}{9}V_0$ (p_0 и V_0 – давление и объём в точке 2)

На изохоре $Q_{12} = \Delta U_{12} = \frac{1}{10} p_0 V_0 \cdot \frac{3}{2}$

На изотерме $Q_{23} = A_{23} = \int_{V_0}^{\frac{10}{9}V_0} p\,dV = \nu R T_0 \int_{V_0}^{\frac{10}{9}V_0} \frac{dV}{V} = p_0 V_0 \cdot \ln\left(\frac{\frac{10}{9}V_0}{V_0}\right) = p_0 V_0 \cdot \ln\left(\frac{10}{9}\right)$

Заметим, что $Q_{23} = Q_{12} \cdot 10 \ln\left(\frac{10}{9}\right) \cdot \frac{2}{3}$; то числовое значение без калькулятора вычислить трудно, но можно заметить, что $10 \ln\left(\frac{10}{9}\right) \approx 1$ (т.к. $\left(\frac{10}{9}\right)^{10} \approx e$) $\Rightarrow$

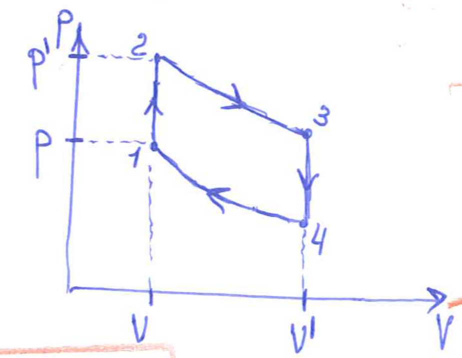
$\Rightarrow Q_{23} \approx \frac{2}{3} Q_{12} = \cancel{333}\ 222$ Дж

Ответ: $\approx \cancel{333}\ 222$ Дж.

Задача:

Решим задачу нахождения кпд η для произвольного n:

$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p'}{p} = n$



$Q_{12} = (p'V - pV) \cdot \frac{3}{2} = \frac{3}{2} pV (n-1)$

$A_{1234} = p'V \cdot \ln\left(\frac{V'}{V}\right) - pV \cdot \ln\left(\frac{V'}{V}\right) =$

$= pV \cdot \ln\left(\frac{V'}{V}\right)(n-1)$

$\frac{Q_{12}}{A_{1234}} = \frac{1}{\ln\left(\frac{V'}{V}\right)} \cdot \frac{3}{2}$

$\eta = \frac{A_{1234}}{Q_{12} + A_{23}} = \frac{pV(n-1) \cdot \ln\left(\frac{V'}{V}\right)}{\frac{3}{2} pV(n-1) + pVn \cdot \ln\left(\frac{V'}{V}\right)} = \frac{\ln\left(\frac{V'}{V}\right)}{\frac{3}{2} + \frac{n}{n-1} \cdot \ln\left(\frac{V'}{V}\right)}$

Из условия следует, что $\ln\left(\frac{V'}{V}\right) \equiv \alpha = const$ для всех циклов. Тогда:

$$\begin{cases} \eta_1 = \dfrac{\alpha}{\frac{3}{2} + \frac{n_1}{n_1 - 1}\alpha} \Rightarrow \frac{3}{2}\eta_1 + \frac{n_1}{n_1 - 1}\eta_1 \alpha = \alpha \Rightarrow \alpha = \dfrac{\frac{3}{2}\eta_1}{1 - \frac{n_1 \eta_1}{n_1 - 1}} \\ \eta_2 = \dfrac{\alpha}{\frac{3}{2} + \frac{n_2}{n_2 - 1}\alpha} \Rightarrow \eta_2 = \dfrac{\eta_1}{\left(1 - \frac{n_1 \eta_1}{n_1 - 1}\right) + \frac{n_2}{n_2 - 1} \cdot \eta_1} \end{cases}$$

см. след. стр.

стр. 3, Чистовик

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{1+\left(\frac{n_2}{n_2-1} - \frac{n_1}{n_1-1}\right)\eta_1} \Rightarrow \eta_2 = \frac{0{,}2}{1+\left(\frac{9}{\cancel{5}\,4} - 3\right)\cdot 0{,}2} \cancel{= \frac{0{,}2}{1-0{,}24} = \frac{20}{76} = \frac{5}{19} \approx 26{,}3\%}$$

~~Ответ: 26,3%~~

$$= \frac{1}{5+\frac{9}{4}-3} = \frac{1}{2+2\frac{1}{4}} = \frac{1}{17/4} = \frac{4}{17} \approx 23{,}5\%$$

+

Ответ: ≈23,5%.

см. след. стр.

стр. 4, Чистовик

ЛИСТ-ВКЛАДЫШ

Подписывать лист-вкладыш запрещается! Писать на полях листа-вкладыша запрещается!

Задача:

Заметим, что если мы имеем, что отрезок, соединяющий центры предмета и изображения, не пересекает плоскость линзы, то изображение мнимое. В таком случае (по написанному в „вопросе") если $\Pi \in (1; +\infty)$, то мы имеем дело с собирающей линзой (при этом $0<d<F$), а если $\Pi \in (0; 1)$ – с рассеивающей. Пусть $D_0 = 2mm$, $D = 1{,}2mm$.

Заметим, что $\Pi = \frac{D}{D_0} \in (0; 1) \Rightarrow$ линза рассеивающая.

Имеем:

$$\begin{cases} \Pi = \frac{D}{D_0} = \frac{|f|}{d} \quad \text{(формула тонкой линзы)} \\ -\frac{1}{|F|} = \frac{1}{d} + \frac{1}{-|f|} \\ \cancel{|f| - d = L\cos 2\alpha} \quad d - |f| = L\cos\alpha \end{cases}$$

$$-|F| = \frac{|f| \cdot d}{|f| - d};$$

$$d - \frac{D}{D_0} d = L\cos\alpha \Rightarrow d = \frac{L\cos\alpha}{1 - \frac{D}{D_0}}$$

$$-|F| = F = \frac{\frac{D}{D_0} d}{\frac{D}{D_0} - 1} = \frac{\frac{D}{D_0}\cos\alpha}{\left(1 - \frac{D}{D_0}\right)^2} (-L) = \frac{\frac{D}{D_0}}{\left(1 - \frac{D}{D_0}\right)^2} \cdot (-L) \cdot \sqrt{1 - \sin^2\alpha}$$

$$-|F| = F = -\frac{3/5}{4/25} \cdot \sqrt{85^2 - 13^2}\ cm = -\frac{15}{4} cm \cdot \sqrt{98 \cdot 72} = -\frac{15}{4} \cdot 12 \cdot 7\ cm =$$

$$= -15 \cdot 21\ cm = -315\ cm$$

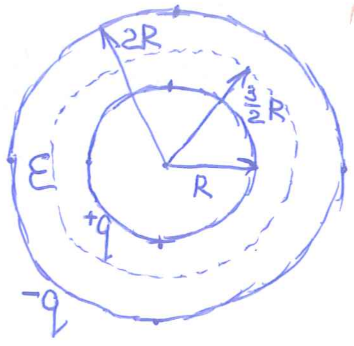
Ответ: -315 cm (рассеивающая)

стр. 8, Чистовик

15-88-87-55 (144.3)

№3

Вопрос:



Потенциал на расстоянии $\frac{3}{2}R$ складывается из вкладов потенциала от сферы R и сферы 2R, т.е.:

$\varphi = \varphi_R + \varphi_{2R}$

Поскольку $\frac{3}{2}R > R$, то вклад φ_R будет как от точечного заряда, т.е. $\varphi_R = \frac{kq}{\frac{3}{2}R}$;

Поскольку $\frac{3}{2}R < 2R$, то вклад φ_{2R} будет равен вкладу на поверхности сферы (т.к. $E_{2R_{\text{внутри}}} = 0$), т.е. $\varphi_{2R} = \frac{k \cdot (-q)}{2R}$.

Отсюда:

$$\varphi = \frac{kq}{\frac{3}{2}R} - \frac{kq}{2R} = \frac{1}{6}\frac{kq}{R}$$

Ответ: $\frac{kq}{6R}$

Задача:

Примем потенциал бесконечности за 0. Тогда потенциал на поверхности ~~сферы~~ шара равен U ($U = 120B$). Отсюда:

$\frac{kq}{R_1} = U \Rightarrow q = \frac{UR_1}{k}$ (q – заряд шара)

При удалении слоя диэлектрика мы будем изменять энергию электрическую поля шара W; изменение этой энергии и будет являться искомой работой, т.е. $A_{иск} = \Delta W$. Посчитаем эти энергии в начале и в конце:

$$W_{кон} = \int_r^{R_3} w\,dV = \int_r^{R_3} \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} dV = \int_r^{R_3} \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \frac{k^2 q^2}{x^4} \cdot 4\pi x^2 \cdot dx = \int_r^{R_3} 2\pi \cdot \frac{k^2}{4\pi k} q^2 \cdot \frac{dx}{x^2} = \int_r^{R_3} \frac{kq^2}{2} \cdot \frac{dx}{x^2} =$$

от центра шара

$$\boxed{w = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}}$$

$$= \frac{kq^2}{2}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_3}\right)$$

$$W_{нач} = \frac{W_{кон}}{\varepsilon^2} \longrightarrow A_{иск} = \Delta W = \frac{U^2 R_1^2}{2k}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_3}\right)\left(1 - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)$$

т.к. $\frac{E^2_{кон}}{E^2_{нач}} = \varepsilon^2$

см. след. стр.

стр. 5, Чистовик

$$A_{иск} = \frac{U^2 R_1^2}{2k}\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_3}\right)\cdot\frac{\varepsilon^2 - 1}{\varepsilon^2}$$

$$A_{иск} = \frac{120^2 \cdot 0{,}2^2}{2\cdot 9\cdot 10^9}\left(2 - \frac{5}{3}\right)\cdot\frac{15}{16}Дж = \frac{24^2 \cdot 15\,Дж}{2\cdot 9\cdot 10^9\cdot 6\cdot 16} = \frac{2^6\cdot 3^3\cdot 5}{2^6\cdot 3^3\cdot 10^9}Дж = 5\,нДж$$

Ответ: 5 нДж

см. след. стр.

№4

Вопрос:

Заметим, что из геометрии поперечное увеличение $\Gamma = \pm\frac{|f|}{d}$, где d и f – расстояния от линзы до предмета и изображения соответственно.

По формуле тонкой линзы:

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{d} + \frac{1}{f}$$

① Собирающая, $0<d<|F|$

$$\frac{1}{|F|} = \frac{1}{d} - \frac{1}{|f|} \Rightarrow |f| = \frac{|F|\cdot d}{|F|-d} \quad \left(-\frac{1}{|f|} \text{ т.к. мнимое}\right)$$

изображение мнимое, прямое $\Rightarrow \Gamma = +\frac{|f|}{d} = +\frac{|F|}{|F|-d} \Rightarrow \Gamma \in (1; +\infty)$

② Собирающая, $F<d\leq 2F$

$$\frac{1}{|F|} = \frac{1}{d} + \frac{1}{|f|} \Rightarrow |f| = \frac{|F|\cdot d}{d-|F|}$$

изображение действ., перевёрнутое $\Rightarrow \Gamma = -\frac{|f|}{d} = -\frac{|F|}{d-|F|} \Rightarrow \Gamma \in (-\infty; -1]$

③ Собирающая, $d>2F$

$$\frac{1}{|F|} = \frac{1}{d} + \frac{1}{|f|} \Rightarrow |f| = \frac{|F|\cdot d}{d-|F|}$$

изображение действ., перевёрнутое $\Rightarrow \Gamma = -\frac{|f|}{d} = -\frac{|F|}{d-|F|} \Rightarrow \Gamma \in (-1; 0)$

④ Рассеивающая

$$-\frac{1}{|F|} = \frac{1}{d} - \frac{1}{|f|} \Rightarrow |f| = \frac{|F|\cdot d}{|F|+d}$$

изображение мнимое, прямое $\Rightarrow \Gamma = +\frac{|f|}{d} = \frac{|F|}{|F|+d} \Rightarrow \Gamma \in (0; 1)$

Получаем, что для $\Gamma \in (0;1)$ линза рассеивающая, а для остальных (не считая невозможных случаев $\Gamma=0$ и $\Gamma=1$) – собирающая.

Ответ: да, можно

см. след. стр.